WORLD BANK GROUP

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII AL REPUBLICII MOLDOVA

PROIECTUL ÎNVĂȚĂMÂNTUL SUPERIOR DIN MOLDOVA

Colegiul Pedagogic „Ion Creangă” din cadrul
Universității de Stat „Alecu Russo” din Bălți

DIDACTICA MATEMATICII I

Suport de curs

Bălți, 2024

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII AL REPUBLICII MOLDOVA

PROIECTUL ÎNVĂȚĂMÂNTUL SUPERIOR DIN MOLDOVA

Colegiul Pedagogic „Ion Creangă"
din cadrul
Universității de Stat „Alecu Russo" din Bălți

DIDACTICA MATEMATICII I

Suport de curs

Bălți, 2024

Lucrarea a fost elaborată în cadrul Subproiectului „EDUSPACE – Educaţia, Dezvoltarea, Umanizarea Specialiştilor Pedagogi de Azi pentru Comunitatea Eco” din cadrul Programului de Îmbunătăţire a Învăţământului Superior din Republica Moldova (PÎÎS) al Proiectului „Învăţământul Superior din Moldova” (PÎSM) finanţat de Banca Mondială, implementat de Colegiul Pedagogic ,,Ion Creangă" din cadrul Universităţii de Stat „Alecu Russo" din Bălţi.

Manager subproiect: Tatiana ŞOVA, doctor, conferenţiar universitar.

Lucrarea este destinată elevilor din colegii, care studiază la Specialitatea 11310 Învăţământ primar, Calificarea Învăţător

Autor:	Ludmila URSU, doctor, profesor universitar
Recenzenţi:	Nina GARŞTEA, doctor, conferenţiar universitar, Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chişinău Liubov ZASTÎNCEANU, doctor, conferenţiar universitar, Universitatea de Stat „Alecu Russo” din Bălţi
Recomandat spre publicare:	Consiliul Facultăţii Ştiinţe ale Educaţiei, Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chişinău (proces-verbal nr. 7 din 22.03.2024)
Discutat şi aprobat:	Catedra Pedagogia Învăţământului Primar, Facultatea Ştiinţe ale Educaţiei, Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chişinău (proces-verbal nr. 8 din 18.03.2024) Consiliul Profesoral al Colegiului Pedagogic „Ion Creangă” din cadrul Universităţii de Stat „Alecu Russo" din Bălţi (proces-verbal nr. 4 din 21.05.2024) Consiliul metodico-ştiinţific al Colegiului Pedagogic „Ion Creangă” din cadrul Universităţii de Stat „Alecu Russo" din Bălţi (proces-verbal nr. 3 din 14.05.2024)

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAŢIONALE A CĂRŢII DIN REPUBLICA MOLDOVA
Ursu, Ludmila.
Didactica matematicii I : Suport de curs / Ludmila Ursu ; Ministerul Educaţiei şi Cercetării al Republicii Moldova, Colegiul Pedagogic „Ion Creangă” din cadrul Universităţii de Stat „Alecu Russo” din Bălţi. – Bălţi : [S. n.], 2024 (Tipografia din Bălţi). – 125 p. : fig., tab. color.
Aut. este indicat pe verso f. de tit. – Bibliogr.: p. 122-123 (18 tit.). – Finanţat de Banca Mondială. – 200 ex.
ISBN 978-9975-161-80-0.
37.016:51(075.32)
U 85

CUPRINS

CUVÂNT-ÎNAINTE

Prezentul suport este destinat elevilor colegiilor, specialitatea „Învățământ primar”, și este elaborat în conformitate cu prevederile curriculumului pentru unitatea de curs „Didactica matematicii I”. Pentru cadrele didactice implicate în predare, suportul va constitui un instrument de orientare metodologică a procesului educațional.

Unitatea de curs „Didactica matematicii I”, de rând cu unitatea următoare „Didactica matematicii II”, are ca scop formarea profesională a viitorilor învățători în vederea asigurării funcționalității sistemului educațional din Republica Moldova prin realizarea prevederilor curriculumului la matematică pentru clasele primare.

Conținutul suportului este organizat pe patru capitole, conform celor patru unități de învățare stabilite de curriculumul unității de curs. Fiecare capitol se structurează din subcapitole în care se relevă aspecte teoretico-metodologice, se oferă recomandări și sugestii metodologice concrete, exemple comentate etc.

La fine de capitole se propun sisteme de activități aplicative în grup și individuale, subiecte pentru dezbateri. Aceste activități pun accent nu pe reproducere, dar pe prelucrarea activă a materiei, pe stimularea creativității viitorilor învățători, pe dezvoltarea propriilor idei și soluții metodologice. Cadrele didactice implicate în predarea unității de curs au libertatea de a decide modalitățile de abordare a respectivelor activități la ore de seminar și laborator, în cadrul lucrului individual al elevilor.

Sper că prezentul suport va servi viitorilor învățători drept reper și punct de plecare pentru ghidarea micilor școlari în lumea matematicii – cu drag și cu grijă, cu măiestrie și competență.

Autoarea

1. PROBLEME GENERALE ALE PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII-EVALUĂRII MATEMATICII ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PRIMAR

1.1. Concepția curriculară a cursului primar de matematică

În clasele primare, disciplina școlară *Matematică* este o disciplină obligatorie; face parte din aria curriculară *Matematică și Științe*; i se acordă 4 ore pe săptămână.

Procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii în clasele primare se realizează, actualmente, în baza:

- Curriculumului pentru învățământul primar [1];
- Ghidului de implementare a curriculumului pentru învățământul primar [2];
- Metodologiei privind evaluarea criterială prin descriptori în învățământul primar, clasele I-IV (MECD) [3];
- Ghidului de implementare a MECD [3];
- Manualelor de matematică pentru clasele I-IV, aprobate de Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova (MEC) [5-8];
- Ghidurilor de implementare a manualelor de matematică pentru clasele I-II, aprobate de MEC [9-10].

Lectură activă a documentelor normative

1. „Învățarea matematicii este importantă în orice sistem educațional care urmărește pregătirea cetățenilor pentru o viață productivă în secolul XXI. O pregătire trainică în matematică este esențială pentru asigurarea unei forțe de muncă înalt calificate și bine educate, capabilă de a dezvolta o economie bazată pe inovare și tehnologie. Interesul pentru calitatea educației matematice este, actualmente, subliniat la nivel global prin atenția tot mai mare acordată acesteia în cadrul programelor de evaluare internațională TIMSS[1] și PISA[2].

La nivel individual, matematica stă la baza numeroaselor aspecte ale activităților de zi cu zi și susține formarea în multe domenii de studiu. Învățarea matematicii oferă, de asemenea, un mijloc excelent pentru a antrena mintea și a dezvolta gândirea logică, abstractă, critică și creativă – abilități importante pe care trebuie să le oferim elevilor pentru ca aceștia să devină persoane de succes, capabile pentru învățare pe tot parcursul vieții.

Scopul major al educaţiei matematice la nivelul primar de învăţământ, vizat prin prezentul curriculum, este: *dezvoltarea armonioasă a personalităţii copilului de vârstă şcolară mică în vederea asigurării premiselor pentru integrarea şcolară la nivelul gimnazial, cât şi pentru incluziunea socială şi inserţia profesională de perspectivă*. Finalitățile educației matematice în clasele primare, exprimate în termeni de competență, se configurează la confluența:

- dobândirii conceptelor, elementelor de limbaj și abilităților matematice de bază necesare în activități cotidiene și de învățare;
- dezvoltării abilităților cognitive și metacognitive prin abordări matematice ale rezolvării de probleme și situații de problemă din domenii diverse;
- formării atitudinilor pozitive față de studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viață” [2, p. 62].

[1] TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) – Studiul internaţional de monitorizare a calităţii educaţiei şcolare în matematică şi ştiinţe, implementat de Asociaţia Internaţională pentru Evaluarea Rezultatelor Educaţionale (IEA).
[2] PISA (Programme for International Student Assessment) – Programul internaţional de evaluare a performanţelor elevilor în domeniile lecturii, matematicii, ştiinţelor.

Subiecte de dezbatere

a) Unii oameni consideră că utilitatea matematicii se reduce, de fapt, doar la calcule în viața cotidiană, de exemplu, în contexte de cumpărare/vânzare, la achitarea facturilor, în lucrări de reparație etc. Susțineți această opinie? Argumentați.

b) Care este scopul major al educației matematice la nivelul primar de învățământ? Explicați în cuvinte proprii cum îl înțelegeți.

c) În ce termeni se exprimă finalitățile educației matematice în clasele primare? Explicați în cuvinte proprii cum înțelegeți.

d) Găsiți în Curriculumul pentru învățământul primar definiția competenței școlare [1. p. 11]. Explicați în baza acestei definiții figura 1 „Structura dinamică a competenței (Model PISA)” de la pagina 11 a Curriculumului.

---

2. Curriculumul disciplinar la matematică pentru învățământul primar reprezintă un document proiectiv și reglator, care consemnează oferta educațională obligatorie a acestei discipline pe parcursul claselor I-IV. Structura acestui document include următoarele elemente:

▪ *Competențele specifice disciplinei Matematică*, proiectate pentru tot parcursul claselor primare;

▪ *Administrarea disciplinei și repartizarea orientativă a orelor pe unități de conținut*, care orientează învățătorul în proiectarea didactică de lungă durată a disciplinei;

▪ *Unitățile de învățare* care includ sisteme de unități de competențe:

- structurate pe unități de conținut și însoțite prin activități de învățare și produse școlare recomandate;
- sintetizate la finele fiecăreia dintre clasele I-IV.

Sistemele de unități de competențe proiectate pentru o unitate de învățare sunt prevăzute integral pentru evaluarea de tip cumulativ la finele respectivei unități de învățare și selectiv – pentru evaluarea formativă pe parcurs. Aceste sisteme repereează proiectarea didactică a unităților de învățare și proiectarea didactică de scurtă durată.

Sistemele de unități de competențe sintetizate la finele fiecărei clase sunt prevăzute pentru evaluarea anuală. Aceste sisteme repereează descrierea rezultatelor elevilor la matematică în tabelul de performanță școlară întocmit de învățător la finalizarea fiecăreia dintre clasele I-IV [1, p. 16].

Sarcini pentru conștientizare

a) Identificați în curriculumul disciplinar la matematică [1, p. 53-71] elementele acestuia, descrise în textul 2.

b) Pentru ce perioadă este preconizată formarea competențelor specifice? Dar a unităților de competențe?

---

3. „Curriculumul de matematică pentru clasele I-IV este fundamentat pe următoarele principii specifice pentru procesul educaţional la matematică în învățământul preuniversitar.

▪ ***Principiul constructiv (al structuralității)*** vizează structurarea, restructurarea şi corelarea sistematică a achiziţiilor matematice ca un aspect esenţial al predării-învăţării-evaluării. În contextul acestui principiu, învăţământul matematic primar se organizează *modular-concentric în spirală*. Modulele preconizate pentru clasele primare sunt determinate prin concentrele numerice: 0-10; 0-20; 0-100; 0-1 000; 0-1 000 000. Organizarea concentric-spiralată permite extrapolarea, aprofundarea, dezvoltarea, sistematizarea şi generalizarea achiziţiilor matematice de la un concentru la altul, pe toate domeniile de conţinut: 1) numere și operații cu numere; 2) măsurare și măsuri; elemente de geometrie metrică; 3) geometria în plan și spațiu; 4) rezolvări de probleme. Totodată se asigură cadrul propice pentru respectarea specificului învățării la vârsta școlară mică: de la simplu – la compus, de la particular – la general, de la concret – la abstract.

▪ ***Principiul formativ*** relevă formarea personalităţii elevului în procesul educaţional la matematică. În acest aspect, sunt relevante valențele afective ale învățării matematicii la vârsta școlară mică, cum ar fi: curiozitatea și imaginația; atenția și concentrația; interesul pentru învățarea matematicii; convingerea în utilitatea matematicii; aprecierea frumuseții raționamentelor matematice; comportamentul performanțial în rezolvarea de probleme etc.” [2, p. 63].

Subiecte de dezbatere

a) Care sunt domeniile de conţinut ale cursului primar de matematică? Există o corespondență univocă între cele 4 domenii de conținut și cele 4 competențe specifice disciplinei Matematică?

b) Cum înțelegeți organizarea modular-concentrică în spirală a conținuturilor de învățare la matematică? Ce facilități oferă micilor școlari această modalitate de organizare? Schițați o figură/un tabel în care să reprezentați repartizarea concentrelor numerice în clasele I-IV.

c) În formulările competențelor specifice sunt precizate atitudini și valori specifice predominante (exprimate prin construcții gerunziale). Identificați aceste valori și atitudini în formularea fiecărei competențe specifice disciplinei Matematică. Comparați-le cu cele din listele de finalități la sfârșitul fiecărei clase. Care dintre principiile descrise în textul 3 este realizat prin aceste atitudini și valori?

d) De ce un învățător modern are nevoie să cunoască concepția curriculară a disciplinei Matematică în clasele I-IV? Argumentați.

1.2. Strategii didactice de predare-învățare a matematicii în clasele primare

Orientările generale privind strategiile didactice sunt expuse în Curriculumul pentru învățământul primar [1, p. 198-199] în ideea că „proiectarea strategiilor didactice este determinată de curriculum, dar se realizează personalizat, în raport de factori multipli: necesitățile de instruire ale elevilor, specificul disciplinei, personalitatea didactică a învățătorului, cultura organizațională a școlii, accesul la mijloacele comunicaționale și informaționale moderne etc.” [idem].

Orientările specifice cursului primar de matematică sunt expuse în Ghidul de implementare a curriculumului [2, p. 63], accentuând *„abordările experiențiale* în cadrul *strategiilor specifice predării-învăţării matematicii la vârsta şcolară mică (inductiv-deductive și analogice)*, al centrării pe elev, al valorificării metodelor active și diverselor forme de organizare (individuală, frontală, în grup)” [idem].

Strategiile inductiv-deductive direcționează predarea-învățarea matematicii în conformitate cu particularitățile de vârstă ale micilor școlari: de la studiul cazurilor particulare la concluzii și reguli generale, iar apoi, în lumina aspectelor generale, se asigură înțelegerea altor aspecte particulare. Analogia, ca o cale a cunoașterii, se valorifică la diverse niveluri: între noțiuni, între metode/procedee/tehnici/algoritmi de calcul, de rezolvare a problemelor, de cunoaștere.

În cadrul lecțiilor, strategiile didactice se proiectează pe cele trei componente: forme de organizare a clasei (frontală, individuală, în perechi/echipe); metode/procedee/tehnici didactice; mijloace didactice (demonstrative, individuale, distributive).

Pentru a asigura orientările generale, stabilite de curriculum, și cele specifice, prescrise în Ghidul de implementare a curriculumului, se recomandă îmbinarea armonioasă a metodelor active moderne cu cele consacrate în învățământul matematic primar. Printre metodele consacrate se evidențiază, ca deosebit de eficiente: jocul didactic matematic; dictarea matematică; problematizarea; conversația euristică; algoritmizarea; rezolvarea comentată; exercițiul ș.a. Metodele active și interactive au o varietate mare, de aceea este important de a le alege pe cele potrivite, adaptabile vârstei elevilor și eficiente în vederea atingerii obiectivelor. Alegerea poate fi făcută pornind de la selecția de metode interactive pentru învățământul primar, dată în curriculum [1, p. 201].

Trebuie menționat rolul important al mijloacelor didactice în cadrul disciplinei Matematică. Conform specificului de vârstă, micul școlar gândește, în general, la nivelul operațiilor concrete. Deci, doar în măsura în care elevul va fi pus de către învățător în situația de a opera inițial cu sprijin în obiecte concrete, apoi cu sprijin în imagini/desene, el va reuși treptat să avanseze de la concret spre abstract, să pătrundă în înțelesul conceptelor matematice, în logica structurilor implicate.

Este esențială necesitatea de a folosi mijloacele didactice în măsură optimală și la momentul optimal. Insuficiența mijloacelor încalcă specificul gândirii elevilor, iar abundența lor stagnează avansarea spre abstractizare, dar și scade din atenția și concentrația copiilor.

La elaborarea strategiilor didactice pentru o lecţie de matematică, este nevoie de a repartiza potrivit formele, metodele şi mijloacele didactice pe etapele lecţiei (secvenţele instrucţionale), în conformitate cu cele 5 tipuri de lecţii din perspectiva formării competenţelor [1, p. 199-200].

1.3. Strategii de evaluare a rezultatelor şcolare la matematică în clasele primare

Conform Codului Educaţiei al Republicii Moldova, evaluarea rezultatelor învăţării în clasele primare este criterială şi se efectuează prin descriptori. Cadrul conceptual al evaluării criteriale prin descriptori (ECD) este reperat în Curriculumul pentru învățământul primar [1, p. 203-206] şi MECD [3]. În continuare se aduc specificări pentru disciplina Matematică.

Evaluarea inițială (EI) se realizează la începutul: anului școlar, după o perioadă de evocare de cel puțin o săptămână; fiecărui modul; semestrului al doilea, în cazul în care se continuă modulul început în semestrul întâi. EI poate fi atât nonistrumentală (de exemplu: pe baza tehnicii „Știu – Vreau să știu – Învăț", prin conversație catehetică etc.) cât și instrumentală (de exemplu: dictări matematice, probe scrise sau practice).

Evaluarea formativă punctuală (EFP) se realizează pe parcursul studierii modulelor, urmărind procesul formării/dezvoltării unităților de competențe (într-o probă de EFP se evaluează o unitate de competență). Pentru instrumentare se recomandă dictări matematice, probe scrise sau practice, teste scrise, toate elaborate pe baza produselor școlare relevante în scopul vizat.

Evaluarea formativă în etape (EFE) se realizează la intervale judicioase de timp pe parcursul studierii modulelor, urmărind în mod etapizat procesul formării/dezvoltării unităților de competențe (câteva unități de competență într-o probă de EFE). Pentru instrumentare se recomandă dictări matematice, probe scrise sau practice, teste scrise, proiecte, toate elaborate pe baza produselor relevante în scopul vizat.

Evaluarea sumativă (ES) se realizează la sfârșitul: fiecărui modul sau, în cazul unui modul voluminos, a unei unități secvențiale de învățare; semestrului; anului școlar, după o perioadă de recapitulare finală de cel puțin o săptămână. Pentru ES se rezervează două ore: la prima oră se administrează proba propriu-zisă, iar ora a doua se dedică activităților postevaluative diferențiate și individualizate (de reînvățare/recuperare, de antrenare, de dezvoltare). Pentru realizarea probelor de ES pot fi folosite caietele de teste aferente manualelor aprobate de MEC sau alte culegeri de teste elaborate în conformitate cu prevederile curriculumului și MECD.

În cadrul oricărei strategii de evaluare este importantă **realizarea eficientă a autoevaluării**, asigurând: ***autoverificarea; autocorectarea; autoaprecierea*** [3, p. 18].

Corectarea lucrărilor elevilor și aprecierea rezultatelor școlare la matematică este reperată de MECD.

1.4. Jocul didactic matematic

➲ Ce este jocul didactic matematic?

Jocul este activitatea predominantă în copilărie, efectuată de bună voie/spontan, cu finalități și valențe formative variate, care deseori nu sunt prestabilite, având sau nu reguli de joc. Încorporat în activitatea instructivă și dobândind o structură determinată, orientată spre finalități educaționale prestabilite, devine *joc didactic* – una dintre cele mai propice metode didactice la vârsta școlară mica.

Așadar, jocurile didactice reprezintă o categorie a jocurilor cu reguli, special create în scopuri instructive și educaţionale. Sunt orientate către finalităţi didactice prestabilite în contextul valorificării valențelor educativ-dezvoltative ale activității de joc. Eficienţa jocului didactic este determinată de conjugarea armonioasă a componentelor instructiv-educative cu elementele de joc ce permit surprinderea și menținerea atenției copiilor (competiţia individuală sau în echipe, cooperarea între participanţi, mişcarea, ghicirea, surpriza, aşteptarea, aplauzele, cuvântul stimulator, recompensarea rezultatelor bune, penalizarea greşelilor etc.).

Jocul didactic este o metodă didactică eficientă și recomandată în cadrul tuturor disciplinelor școlare. Astfel, la lecțiile de matematică se folosește *jocul didactic matematic*. „Un rol deosebit îl au jocurile didactice în predarea-învăţarea matematicii în clasele primare, favorizând formarea capacităților matematice de natură abstractă și complexă în forma cea mai propice vârstei școlare mici” [2, p. 64].

➲ Care sunt elementele unui joc didactic, inclusiv ale celui matematic?

▪ *Scopul jocului* (sarcina didactică) se formulează de către învățător în funcție de obiectivele activității și se referă la activitatea învățătorului. De exemplu, poate viza: dezvoltarea anumitor deprinderi de calcul; consolidarea abilităților de citire și scriere a numerelor naturale de mai multe cifre etc. În vederea realizării scopului, se stabilește *sarcina matematică* pe care elevii trebuie să o realizeze în cadrul jocului. De exemplu: să dubleze fiecare dintre numerele date; să afle numerele ce lipsesc în exercițiile date etc. În cadrul activității, scopul jocului și sarcina matematică se prezintă elevilor sub forma sarcinii de joc.

- *Sarcina de joc* se realizează de către elevi, determină acțiunile elevului în cadrul jocului și regulile de joc. De exemplu: rezolvați exercițiile și ajungeți la stea/împodobiți bradul/culegeți merele etc.
- *Regulile jocului* precizează acțiunile elevilor în cadrul jocului și comportamentul cerut, servesc învățătorului pentru ghidarea activității. De exemplu: 1) elevii din fiecare rând de bănci vor trece succesiv la tablă, vor rezolvă un exercițiu, apoi vor trece la loc; 2) se va lucra în liniște, organizat, fără îmbulzeală la tablă; 3) după verificare, un reprezentant din fiecare rând de bănci va plasa pe brăduțul respectiv un glob pentru fiecare răspuns corect (brăduții și globurile sunt decupate din carton și afișate la tablă); va învinge rândul care va plasa cele mai multe globuri și va lucra în modul cel mai corect, rapid și organizat.

În concluzie putem afirma că activitatea de realizare a unei sarcini de învățare la matematică (un exercițiu, o problemă, un sistem de exerciții/probleme) poate fi dezvoltată într-un joc didactic matematic, dacă:

- realizează un scop aferent obiectivelor lecției, respectiv finalităților curriculare;
- valorifică elemente de joc atractive pentru copii, în vederea realizării sarcinii propuse elevilor;
- solicită cunoștințe și abilități matematice dobândite anterior de către elevi;
- se desfășoară pe baza unor acțiuni/reguli de joc prestabilite de către învățător și acceptate de către elevi.

➲ Ce tipuri de jocuri didactice matematice se folosesc în clasele primare?

Dupa momentul desfășurării în cadrul lectiei, pot fi realizate jocuri didactice matematice:

- ca lecție de sine stătătoare, completă;
- ca etape ale lecției;
- intercalate pe parcursul lecției.

În contextul dinamic al formării competențelor, jocurile didactice matematice pot urmări:

- dobândirea unor abilități;
- consolidarea/dezvoltarea unor abilități;
- sistematizarea unor cunoştințe și abilități;
- evaluarea/autoevaluarea unor abilități.

După elementele de joc, printre jocurile didactice matematice pot fi evidențiate:

- jocuri de tip concurs, care implică drept element de joc competiția între elevi sau echipe, cu stabilirea și recompensarea adecvată a învingătorilor;
- jocuri de rol, care implică elemente de scenarizare/dramatizare;
- jocuri de exersare, care solicită realizarea/exersarea anumitor reguli/acțiuni de joc.

Categorii speciale ale jocurilor didactice matematice reprezintă:

- jocurile logico-matematice, care urmaresc cultivarea unor calitati ale gândirii si exersarea unei logici elementare (de exemplu, careurile matematice, pătratele magice etc.);
- jocurile de dezvoltare a inteligenței spațiale (de exemplu, jocuri cu chibrituri/bețișoare, jocul Tangram, Origami matematic etc.).

➲ Cum proiectăm și realizăm un joc didactic matematic?

1. *Organizarea jocului*

- Învățătorul se pregătește pentru realizarea jocului didactic în contextul pregătirii către lecție: selectează jocul din surse de specialitate și, eventual, îl adaptează la specificul clasei de elevi; proiectează/schițează activitatea de joc în proiectul didactic al lecției; pregătește mijloacele/materialele didactice; reorganizează, la necesitate, mobilierul din sala de clasă.
- La lecție, înainte de desfășurarea jocului, învățătorul organizează corespunzator elevii clasei; distribuie materialul didactic; anunță titlul jocului; prezintă clar sarcina de joc și regulile jocului, explicând și demonstrând, după caz; se convinge că elevii au înțeles și au acceptat sarcina și regulile propuse.
- Eficiența jocului este în cel mai direct mod influențată de eficiența organizării acestuia.

2. *Executarea jocului*

Învățătorul poate conduce jocul în două moduri:

- direct: învățătorul are rolul de conducător al jocului, nu execută jocul de rând cu elevii;
- indirect: învățătorul ia parte activă la joc, fara să își asume în mod evident rolul de conducător.

Ce strategie de conducere a jocului nu ar alege învățătorul, el trebuie să se îngrijească de o varietate de factori care influențează succesul activității:

- să imprime jocului un ritm optimal, prevenind și anihilând momentele de monotonie, de stagnare;
- să mențină atmosfera de joc, starea de bine a participanților;
- să stimuleze elevii în vederea participării active la joc;
- să controleze modul în care copiii realizează sarcina;

- să asigure respectarea regulilor jocului;
- să urmărească manifestările comportamentale ale elevilor, prevenind eventuale situații de conflict.

3. *Evaluarea jocului*

Se realizează imediat după finalizarea activității, în baza unor criterii prestabilite de comun acord cu elevii. În evaluarea jocului se antrenează toată clasa, dar poate fi delegată o echipă de elevi experți.

4. *Complicarea jocului*

Poate fi realizată în vederea asigurării transferului abilităților exersate doar după ce se constată că toți elevii clasei au executat corect jocul. Printre procedeele de complicare a jocului se numără:

- introducerea unor noi materiale, noi elemente de joc;
- complicarea adecvată a sarcinii matematice;
- propunerea de noi sarcini matematice potrivite.

1.5. Dictarea matematică

➲ Ce este dictarea matematică?

- O scurtă (10-20 min.) lucrare independentă scrisă, în cadrul căreia copiii percep sarcinile la auz (în totalitate sau parțial), le rezolvă în minte și notează doar răspunsurile;
- O activitate utilă pentru dezvoltarea calităților calculului mintal (corect, rațional, fluent), însușirea terminologiei matematice, stimularea atenției, memoriei, imaginației;
- O formă frecventă de activitate în cadrul etapei de reactualizare a cunoștințelor la lecțiile de matematică;
- O modalitate eficientă de realizare a feedbackului între învățător și elevi, care poate oferi informații pertinente despre performanțele elevilor.

➲ Cum elaborăm sarcinile pentru o dictare matematică?

▪ Dictarea matematică se realizează pe baza unui sistem de sarcini/itemi conceput în conformitate cu finalitățile curriculare, respectiv, cu obiectivele lecției. De cele mai multe ori, se folosesc sarcini de tip productiv; în funcție de obiectivele vizate, pot fi valorificate sarcini reproductive și creative. Se recomandă respectarea principiilor generale de structurare a sistemelor de exerciții și probleme de matematică.

- *Principiul tipicității*. Pentru antrenarea abilităților se propun consecutiv 2-3 sarcini de același tip; dacă se vor propune la rând mai multe sarcini de același tip, atenția elevilor va scădea și va spori riscul de a comite erori.
- *Principiul contrapunerii*. Pentru a favoriza activitatea conștientă a elevilor, sarcinile vor solicita efectuarea de operații reciproce/opuse, vor valorifica concepte/proprietăți/reguli pe care elevii, deseori, le confundă.
- *Principiul repetării continue*. Se includ 1-2 sarcini din repetare care solicită elevilor aceleași abilități, dar pe alte conținuturi de învățare, parcurse anterior.

▪ Sistemul de sarcini pentru o dictare matematică trebuie să fie conceput în premisa accesibilității pentru elevii clasei concrete de elevi:

- *numărul de sarcini* să corespundă ritmului mediu de activitate a elevilor, timpului în care majoritatea elevilor sunt capabili să-și mențină atenția concentrată;
- *gradul de dificultate a sarcinilor* să corespundă nivelului mediu de performanță a elevilor clasei.

▪ Sarcinile nu trebuie să depindă una de alta, fiecare consituind o componentă aparte a sistemului de sarcini ale dictării. Dacă elevul nu a reușit să rezolve o sarcină, aceasta nu trebuie să îl încurce să o rezolve pe următoarea.

- Este necesar ca formulările sarcinilor pentru o dictare matematică:
  - să fie laconice și explicite, clare și precise, astfel încât elevii să nu întâmpine dificultăți de înțelegere a cerințelor;
  - să valorifice elemente variate de terminologie matematică, învățate anterior;
  - să respecte corectitudinea limbajului matematic și normele limbii române.

➲ Ce tipuri de dictări matematice se folosesc în funcție de continuturile de învățare valorificate?

- *Dictările figurative* se realizează, de obicei, în clasa I, la etapa pregătitoare pentru formarea conceptului de număr natural. Sarcinile pot viza: orientarea în spaţiu; numărarea până la 10 într-o ordine spaţială dată; recunoașterea culorilor; desenarea figurilor geometrice; explorarea modalităților de formare, sortare, clasificare, comparare sau egalizare cantitativă a unor grupuri de obiecte. Din categoria dictărilor figurative se desprind *dictările grafice* care solicită realizarea unui desen pe rețeaua de pătrățele a caietului de matematică, în succesiunea și direcţia indicată.
- *Dictările de numerație* includ sarcini, rezolvarea cărora nu solicită calcule aritmetice și poate viza: formarea, citirea, scrierea, compararea, ordonarea numerelor naturale; formarea, citirea, scrierea fracţiilor.
- *Dictările aritmetice* se alcătuiesc din sarcini, rezolvarea cărora solicită calcule aritmetice mintale pe bază de exerciţii cu una sau mai multe operaţii aritmetice, exerciții/enunțuri lacunare, probleme cu una sau două operaţii etc.

- *Dictările terminologice* vizează competența de comunicare în limbaj matematic și pot include: întrebări referitoare la semnificația unor termeni matematici; propoziții matematice/enunțuri lacunare; sarcini de identificare a unor termeni matematici în exerciții date.
- *Dictările geometrice* se alcătuiesc din sarcini de construcţie geometrică.
- *Dictările cu determinarea valorii de adevăr* includ itemi cu alegere duală. Se propun elevilor propoziţii matematice/enunțuri, ale căror valori de adevăr trebuie determinate. Dacă elevii vor considera propoziţia adevărată, atunci vor scrie litera A (adevărat) sau cuvântul „da", iar dacă o vor considera falsă, vor scrie litera F (fals) sau cuvântul „nu".

➲ În cadrul căror tipuri de lecție și la ce etapă a lecției pot fi valorificate dictările matematice?

- În cadrul lecțiilor de formare a capacităților de dobândire/înțelegere/aplicare a cunoștințelor și la lecțiile mixte: la etapa de reactualizare a cunoștințelor și capacităților; la etapa de evaluare curentă, instructivă;
- În cadrul lecțiilor de formare a capacităților de analiză-sinteză a cunoştințelor: la etapa de analiză-sinteză a materiei teoretice studiate; la etapa de evaluare curentă, instructivă.

➲ În cadrul căror strategii de ECD sunt utile dictările matematice?

- În cadrul *evaluării iniţiale* înainte de studierea unei teme/unități de învățare (etapa lecției – reactualizarea cunoștințelor și capacităților): ca rezultat, învățătorul trebuie să determine cât de pregătiți sunt elevii pentru însușirea noului, să identifice și să anihileze lacunele, să prevină eventuale dificultăți de înțelegere a temei noi.

▪ În cadrul *evaluării formative punctuale (mai puțin la evaluarea formativă în etape)* pe parcursul studierii unei teme/unități de învățare (etapa lecției – evaluarea curentă, instructivă): ca rezultat, învățătorul trebuie să identifice dificultățile de însușire și să ofere elevilor ghidare/sprijin în vederea combaterii și prevenirii acestora.

➲ Cum realizăm la clasă o dictare matematică?

1. *Organizarea activității*

▪ Se asigură actualizarea orală, frontală a cunoștințelor necesare pentru realizarea sarcinilor.

▪ Se oferă elevilor instrucțiuni clare cu privire la comportamentul în cadrul activității. Cu cât elevii dobândesc mai multă experiență în realizarea dictărilor, cu atât mai concise vor fi instrucțiunile, ajungând la aceea că elevii le formulează de sine stătător, pe rând.

<u>Exemplu:</u>

- Eu voi citi sarcinile pe rând, iar voi ascultați cu atenție, calculați în minte și scrieți răspunsurile obținute în rând, despărțindu-le prin virgule (răspunsurile pot fi scrise și în coloană).
- După ce scrieți răspunsul la o sarcină, ridicați mâna cu pixul, astfel eu voi ști când majoritatea dintre voi au finalizat și putem trece la următoarea sarcină.
- Atenție! Nu voi citi repetat sarcinile, de aceea ascultați cu mare atenție!
- Dacă cineva nu a reușit să scrie răspunsul, lasă două pătrățele libere, pune virgulă și este mai atent la următoarea sarcină.
- Lucrăm în liniște, concentrat, nu adresăm întrebări, nu încurcăm colegilor să lucreze.
- La final, ne vom autoverifica și vom corecta împreună greșelile comise.
- Cu un asemenea comportament, cu siguranță ne vom bucura de succes!

2. *Realizarea propriu-zisă a dictării*

- Învățătorul citește clar și răspicat fiecare sarcină, după care face o pauză de 1–3 minute. În acest răstimp elevii realizează sarcina. Nu se recomandă citirea repetată a sarcinii. Dacă apare necesitatea de recitire a sarcinii, aceasta vorbeşte despre unele carenţe metodologice: gradul înalt de complexitate a sarcinilor; formulări ambigue, rostire/intonare neclară/nepotrivită etc.
- Pentru a nu distrage atenția elevilor, nu se recomandă ca învățătorul să se deplaseze prin sala de clasă pe parcursul realizării propriu-zise a dictării.
- Realizarea propriu-zisă a dictării solicită din partea învățătorului un efort substanțial: trebuie să citească sarcinile într-un tempou optimal cu o intonaţie care să faciliteze percepţia; să urmărească reacţiile elevilor; să reacţioneze la unele situaţii ce pot apărea („mai repetaţi", „pixul meu nu mai scrie" etc.). Pentru sporirea concentrării atenţiei elevilor, poate fi folosit un clopoţel după fiecare pauză, astfel anunțându-se despre citirea următoarei sarcini. Ca rezultat al aplicării sistematice și metodologic corecte a dictărilor matematice, se reușește depășirea unor asemenea dificultăți.
- În situaţii potrivite, citirea de către învățător a sarcinilor poate fi însoțită de prezentarea integrală sau parţială pe ecranul proiectorului; de exemplu: când numerele cu care trebuie să opereze elevii sunt mari și greu de memorat la auz; în cadrul unor dictări figurative.

3. *Evaluarea activității*

Evaluarea activității include autoevaluarea dictării și aprecierea rezultatelor.

- *Autoevaluarea dictării* se desfășoară îndată după finalizarea realizării propriu-zise, la aceeași lecție; este o activitate a elevilor dirijată de către învățător conform componentelor oricărei activități de autoevaluare în contextul ECD: autoverificare; autocorectare; autoapreciere.

a) *Autoverificarea*

- La început, învățătorul oferă instrucțiuni clare cu privire la activitatea ce urmează. În cadrul autoverificării, fiecare elev trebuie să confrunte răspunsurile obținute cu cele corecte, pregătite din timp de către învățător pe verso-ul tablei sau prezentate la ecranul proiectorului; să identifice răspunsurile greșite, să le bareze și să scrie deasupra răspunsul corect.
- De rând cu autoverificarea, în aceleași scopuri poate fi folosită verificarea reciprocă (colegii de bancă fac schimb de caiete și contrapun răspunsurile colegului cu cele corecte).
- Este posibilă și situația când un elev a realizat dictarea nu în caiet, ca ceilalți colegi, dar pe verso-ul tablei, pentru autoverificare luându-se ca bază răspunsurile acestui elev.
- Se recomandă ca răspunsurile să fie abordate succesiv, pe rând, întâi recitind sarcina respectivă. Astfel, elevii vor avea posibilitatea să se implice conștient în autoverificare, inclusiv autocorectându-se.
- Pe parcursul autoverificării, învățătorul are posibilitatea de a se deplasa prin sala de clasă, observând cum lucrează elevii în caiete, oferindu-le sprijin la necesitate și constatând la care sarcini au fost comise cele mai frecvente erori.

b) *Autocorectarea*

- În cadrul autocorectării, învățătorul trebuie să ajute elevii să conștientizeze erorile comise și să explice/comenteze rezolvarea corectă. Ca sprijin, la necesitate, pot fi folosite materiale didactice relevante; pot fi implicați alți elevi din clasă.

- Activitatea de autocorectare poate fi desfășurată concomitent cu autoverificarea, dar în niciun caz nu poate fi omisă, deoarece are valoare formativă esențială.

c) <u>Autoaprecierea</u>

- După asigurarea autocorectării, elevii sunt rugați să își autoaprecieze activitatea, scriind pe câmpul caietului:
  - semnul +, dacă toate răspunsurile au fost corecte;
  - semnul *!*, dacă unele dintre răspunsurile obținute au fost greșite, dar acum, după sprijinul oferit, totul le este clar;
  - semnul *?*, dacă și acum mai au neclarități.

Pot fi folosite și alte simboluri, de exemplu, culorile semaforului, dar este esential să li se atribuie aceleași semnificații.

Concepția ECD exclude abordarea cantitativă a rezultatelor școlare în contexte de evaluare formativă: este important nu numărul de greșeli/rezolvări corecte, dar identificarea erorilor și cauzelor acestora în vederea acordării sprijinului pentru autocorectare.

Atenție! Elevul nu își autoapreciază rezultatele școlare, dar comportamentul performanțial (comportamentul de învățare în procesul atingerii performanțelor).

- *Aprecierea rezultatelor* este o activitate a învățătorului, desfășurată în caietele pe care au lucrat elevii (caietele se iau la control la sfârșitul lecției), folosind cuvinte încurajatoare. Verificarea lucrărilor elevilor se realizează în conformitate cu prevederile MECD.

***4.** Activități de postrezolvare*

- La finalul întregii activități pot fi propuse 1-2 sarcini de postrezolvare asupra șirului de răspunsuri, antrenând alte cunoștințe și abilități matematice, care nu au fost vizate în cadrul dictării.

- Activitățile de postrezolvare nu trebuie să fie nici numeroase, nici să solocite mult timp; de obicei se abordează frontal.

ACTIVITĂȚI APLICATIVE

Activități diferențiate în echipe sau perechi

1. Idenificați în manualele de matematică pentru clasele I-IV probe de EI, EFP, EFE și ES. Argumentați strategiile de ECD respective.

2. Selectați din MECD prevederile referitoare la aprecierea rezultatelor școlare la matematică în clasele I-IV.

3. Elaborați un mesaj argumentativ ca răspuns la fiecare dintre întrebările: **a)** De ce jocul didactic este considerat una dintre cele mai propice metode didactice în cadrul lecțiilor de matematică în clasele primare? **b)** Ce riscuri pot apărea în procesul desfășurării jocului și cum pot fi evitate? **c)** Ce recompense pentru învingători sunt potrivite într-un joc didactic matematic de tip concurs? **d)** Ce valențe formative are dictarea matematică pentru elevii de vârstă școlară mica? **e)** De ce dictarea matematică este mai eficientă decât conversația/interogarea orală frontală în cadrul etapei de reactualizare a cunoștințelor la lecție? **f)** Ce riscuri pot apărea în realizarea unei dictări matematice și cum pot fi evitate?

4. Studiați exemplele de jocuri didactice matematice propuse în Ghidul de implementare a curriculumului pentru învățământul primar [2, p. 64-67]. Analizați-le prin prisma reperelor teoretico-metodologice expuse în capitolul 1.

5. Analizați în mod analog descrierile succinte de mai jos ale unor jocuri didactice matematice. Realizați simularea didactică a acestor jocuri, repartizându-vă rolurile de învăţător şi elevi. La final, efectuați analiza SWOT a activității de simulare didactică.

Joc didactic „Ghiciţi numărul ascuns” [9, p. 34]

- Clasa I. Unitatea de învățare „Numerele naturale 0-10”
- Subiectul lecției: „Numerele de la 1 până la 4”
- Descrierea succintă a jocului

Se prezintă animalele care au ascuns la spate câte o fişă cu o cifră. Se formulează întrebări. După fiecare răspuns al copiilor, se arată fişa ascunsă. Se discută toate posibilităţile de compunere/descompunere a numărului ascuns. *Martinică a ascuns numărul care are vecinii 1 și 3. Ce număr a ascuns? Cum poate fi descompus acest număr? Aricică a ascuns numărul după care urmează 4. Ce număr a ascuns? Cum poate fi format acest număr?* etc.

Joc didactic „Telefonul stricat” [10, p. 46]

- Clasa a II-a. Unitatea de învățare „Înmulțirea și împărțirea tabelară”
- Subiectul lecției: „Înmulțirea cu 4”
- Descrierea succintă a jocului

Învăţătorul începe jocul, oferind elevilor modelul de activitate. Duce mâna la ureche și imită convorbirea telefonică cu perturbări în transmiterea sunetului.

– Telefonez lui Andrei. Salut, Andrei! Mă auzi bine? Zzz... înmulţit cu 3 este egal cu 24.

Elevul căruia i s-a adresat învăţătorul imită ascultarea la receptor și spune numărul care nu s-a auzit. (Nu s-a auzit numărul 8.)

– Telefonez Mariei. Salut, Maria! Mă auzi bine? Primul factor este 2, al doilea factor este zzz..., produsul este 16.

Eleva respectivă „ascultă” la receptor și spune numărul care nu s-a auzit.

– Telefonez lui Ion. Bună ziua, Ion! Mă auzi bine? Dublez numărul zzz... şi obţin 0.

În continuare se poate propune elevilor să „telefoneze” colegilor și să le adreseze sarcini asemănătoare.

4. Studiați exemplele de dictări matematice propuse în Ghidul de implementare a curriculumului pentru învățământul primar [2, p. 68-71]. Analizați-le prin prisma reperelor teoretico-metodologice expuse în capitolul 1.

5. Analizați în mod analog exemplele de sisteme de sarcini pentru dictări matematice propuse mai jos. Elaborați secvențe de proiecte didactice ale lecțiilor în care să valorificați dictările propuse. Realizați simularea didactică a activităților respective, repartizându-vă rolurile de învățător și elevi. La final, efectuați analiza SWOT a activității de simulare didactică.

<u>Exemplul 1 (clasa I)</u>

1) Găsiți pătrățelul al treilea din stânga. Începând de aici, conturați atâtea pătrate, câți iepurași (de exemplu, 5) sunt pe tablă (sau pe ecranul proiectorului; figurinele de iepurași pot fi aranjate orizontal/vertical/în cerc/haotic).

2) Colorați cu albastru al doilea pătrat din dreapta.

3) Dedesubt, peste un rând, desenați triunghiuri – cu unu mai puține decât pătrate.

4) Dedesubt, peste un rând, desenați două cercuri. În continuare, desenați câteva cercuri mai mici. În total trebuie să obțineți atâtea cercuri, câte triunghiuri ați desenat mai sus.

- Activitate de postrezolvare: Colorați șirul de triunghiuri alternând două culori preferate.

<u>Exemplul 2 (clasa a II-a)</u>

1) Cât fac de 3 ori câte 2?

2) Care este produsul numerelor 2 și 6?

3) Primul factor este 9, al doilea factor este 2. Ce număr se obține ca produs?

4) Mărește numărul 5 de 2 ori.

5) Mărește numărul 5 cu 2 unități.

6) Ce număr, înmulțit la 2, ne dă 8?

7) Ce număr, adunat cu 2, ne dă 8?

8) Care este dublul numărului 10?

9) Dublul cărui număr este egal cu 0?

10) Câte urechi au la un loc 7 iepurași?

▪ Activități de postrezolvare: În șirul răspunsurilor, găsiți două perechi de numere, care au suma egală cu 30; care au diferența 4.

<u>Exemplul 3 (clasa a III-a)</u>

1) Scrieți cu cifre numerele: două sute șaisprezece; patru sute cincizeci; șase sute trei.

2) Scrieți numărul format din: opt sute și opt zeci; o sută și opt zeci; o sută, o zece și opt unități.

3) Scrieți predecesorul, apoi succesorul numărului 600.

4) Observați la ecran două numere (de exemplu, 620 și 602). Scrieți numărul mai mic.

5) Observați alte două numere (de exemplu, 73 și 730). Scrieți numărul mai mare.

▪ Activități de postrezolvare: În șirul răspunsurilor, găsiți și subliniați 3 numere consecutive; înceruiți numerele impare; găsiți numerele care au suma cifrelor 10.

6. Analizați poiectele didactice de lungă durată la matematică pentru clasele I-IV, propuse pe pagina web a MEC, din perspectiva reperelor stabilite în Ghidul de implementare a curriculumului pentru învățământul primar.

7. Selectați din unul dintre aceste proiecte de lungă durată proiectarea pentru o unitate de învățare. Determinați tipurile lecțiilor din cadrul respectivei unități de învățare.

Activitate individuală

Alegeți una dintre competențele specifice disciplinei Matematică și prezentați traseul curricular de formare a acesteia într-un tabel cu următoarea structură.

Tabel 1.1. Traseul curricular de formare a competenței specifice ...

Unități de competențe	Unități de conținut
Clasa I	
Clasa a II-a	
Clasa a III-a	
Clasa a IV-a	

2. METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII-EVALUĂRII NUMERELOR NATURALE

2.1. Specificul formării noțiunilor matematice în învățământul primar

În conformitate cu specificul vârstei școlare mici, introducerea oricărei noțiuni matematice trece printr-o serie de faze (etape), determinate de modalitățile în care este modelată noua noțiune.

Faza concretă (obiectuală) presupune studierea noului pe ***modele obiectuale*** și implică activități concrete cu material didactic distributiv: manipularea unor obiecte mici, figuri decupate. Scopul activității la această etapă este înțelegerea de către copii a sensului concret al noțiunii introduse.

Faza reprezentărilor (iconică, semiabstractă) prevede studierea noului pe ***modele grafice*** și presupune o tranziție de la acțiuni obiectuale la reprezentarea lor schematică în desene. Desenele realizate nu trebuie să transmită detalii ale obiectelor concrete, dar pot reflecta culoarea, forma, raportul dimensiunilor.

Faza abstractă asigură transferul reprezentărilor schematice la nivelul abstract: ***scrierea cu cifre și semne***. Această fază este legată și de construirea ***modelului verbal*** al noului: generalizarea unei propoziții matematice (regulă, proprietate, descriere explicativă) formulată într-un mod accesibil vârstei elevilor.

După caz, respectivele faze pot fi parcurse succesiv sau unele dintre ele pot fi abordate concomitent. Cu cât elevul este mai mic, cu atât etapa/faza obiectuală este mai importantă. Totuși, chiar și în clasa a IV-a, nu este recomandat de a renunța complet la modelele obiectuale. Importanța acestei faze se determină în funcție de caracteristicile achizițiilor matematice introduse și de specificul clasei de elevi.

2.2. Elemente pregătitoare pentru formarea conceptului de număr natural

În contextul periodizării vârstelor, copiii de vârstă şcolară mică se află în stadiul operaţiilor concrete. Ei învaţă prin intuiţie şi manipulare directă a obiectelor concrete, iar activitatea matematică reproduce, între anumite limite, spaţiul fizic în care se dezvoltă copiii. De aceea cunoaşterea şi modelarea obiectelor din spaţiul fizic reprezintă ideea esenţială în învăţarea matematicii atât în preşcolaritate cât şi la debutul școlarității.

Premisele psihopedagogice ale formării conceptului de număr natural sunt:

- în jurul vârstei de 3-4 ani copiii devin capabili să localizeze un set de obiecte într-un sistem de relaţii spaţiale;
- la vârsta de 4-5 ani se formează intuitiv noţiunile figurative de interior/exterior, închis/deschis;
- după vârsta de 5 ani copiii devin capabili să reproducă o anumită ordine spaţială simplă;
- începând cu vârsta de 6-7 ani copiii pot organiza în mod concret spaţiul fizic: înţeleg şi pot explica anumite proprietăţi ale figurilor geometrice, sunt capabili să noteze grafic deplasările unui corp, să construiască mulţimi de obiecte după anumite proprietăţi, apar primele semne ale formării noţiunii de măsură;
- la începutul vârstei şcolare mici se dezvoltă primele operaţii logice elementare: conjuncţia, disjuncţia şi negaţia;
- la vârsta de 6-7 ani apar primele reprezentări despre invarianţa cantităţii: copiii sunt capabili să stabilească corespondenţa între elementele a două mulţimi şi să exprime

rezultatul acestei activităţi prin cuvintele *mai puţin/tot atât/mai mult*.

Perioada pregătitoare pentru formarea conceptului de număr natural prevede circa 8 ore la începutul clasei I şi este extrem de importantă sub raportul obiectivelor pe care le pune: adaptarea copilului la noua sa funcţie socială; formarea competenţelor elementare de învăţare; actualizarea şi sistematizarea cunoştinţelor şi abilităţilor matematice dobândite în preşcolaritate; dezvoltarea raţionamentului şi limbajului specifice matematicii.

Conţinutuirile învăţării prevăzute curricular pentru perioada pregătitoare se constituie din:

▪ **exerciţii pentru organizarea spaţiului fizic şi geometric:**

- pentru perceperea și utilizarea noţiunilor *aproape/departe, înăuntru/afară, interior/exterior, pe/sub/între, în faţă/în spate, înainte/înapoi, sus/jos, stânga/dreapta, scurt/lung, scund/înalt, subţire/gros, îngust/lat, uşor/greu, puţin/mult, mic/mare*;
- pentru recunoaşterea formelor geometrice spaţiale (sferă, cub) şi plane (cerc, pătrat, triunghi);

▪ **exerciţii de formare şi clasificare a mulţimilor** după 1, 2, 3 dintre proprietăţile elementelor: *formă, mărime, culoare, întrebuinţare*, utilizând cuvintele *şi, sau, nu*;

▪ **exerciţii pentru desprinderea ideii de corespondenţă între mulţimi** prin compararea cantitativă şi egalizarea mulţimilor de obiecte, cu utilizarea noţiunilor *mai puţin/tot atât/mai mult*.

Principalele activităţi recomandate în perioada pregătitoare includ conversaţii și reprezentări grafice în baza imaginilor sugestive, manipularea obiectelor concrete, jocuri de formare a mulţimilor, jocuri logico-matematice.

Activităţile de punere în corespondenţă a două mulţimi se pot desfăşura în două direcţii:

– stabilirea echivalenţei a două mulţimi de obiecte prin realizarea corespondenţei biunivoce element cu element;

– construirea unei mulţimi echivalente cu o mulţime dată.

Corespondenţa dintre două mulţimi poate fi indicată:

– printr-o linie de unire a elementelor corespondente;

– prin alăturarea sau suprapunerea elementelor corespondente;

– prin suprapunerea şi egalizarea rigletelor.

Activităţile de stabilire a corespondenţei element cu element a mulţimilor urmăresc să dezvolte la copii înţelegerea conţinutului esenţial al noţiunii de *număr natural* ca *o clasă de echivalenţă a mulţimilor finite echipotente cu o mulţime dată*.

În activităţile matematice, învăţătorul trebuie să ofere elevilor un model de exprimare corectă, clară, pe înţelesul şi la nivelul pregătirii elevilor. Dacă elevii formulează raţionamentele matematice în esenţă corect, dar nesigur, învăţătorul îi va aprecia pozitiv, subliniind partea corectă a răspunsului şi ajutându-i să-şi corecteze exprimarea.

În practica şcolară se observă tendinţa unor învăţători de a restrânge perioada pregătitoare şi de a trece mai repede la conţinutul propriu-zis al cursului de matematică. Însă, chiar dacă nivelul de pregătire a clasei este avansat, numărul de ore rezervate perioadei pregătitoare nu trebuie redus, deoarece valenţele formative ale acesteia sunt multiaspectuale.

2.3. Metodologia formării conceptului de număr natural în concentrul 0-10

➲ Numărul 0

Zero este caracteristica mulțimilor vide. Pentru a ajuta elevii să își imagineze o mulțime vidă, pot fi folosite două procedee metodice.

1) Stabilirea corespondenței între mulțimea de obiecte și cifra care indică numărul corespunzător de obiecte

De exemplu: într-un acvariu gol sunt 0 pești; într-o colivie pustie sunt 0 păsări etc. Această abordare poate fi valorificată până la introducerea operațiilor de adunare și scădere, la etapa formării la elevi a reprezentărilor despre aspectul cantitativ al numărului natural. În această abordare, numărul zero poate fi studiat la începutul șirului de numere naturale din prima zece.

2) Numărarea înapoi

În cazul acestei abordări, numărul zero poate fi studiat la un moment protrivit pe parcursul formării progresive a șirului 1-10, de exemplu, înainte de numărul 10.

Se lucrează în baza unor succesiuni de imagini sugestive, adresând întrebarea „Ce s-a schimbat?”. De exemplu: a) în prima imagine – 1 măr pe o farfurie; în imaginea următoare – o farfurie goală; cineva a luat/a mâncat un măr și nu a rămas niciun măr pe farfurie; spunem: „Au rămas 0 mere”; b) în prima imagine – o colivie cu două păsări; în imaginea următoare – o pasăre în colivie; în a treia imagine – colivia pustie; spunem: „Au rămas zero păsări”; numărăm înapoi: 2, 1, 0.

➲ Numărul 1

Numărul 1 se introduce pe baza imaginilor sugestive (un soare, o lună, o mama etc.) și a modelelor grafice corespunzătoare. Este important de a alege obiecte/imagini în așa fel încât numeralul cardinal și cel ordinal să fie utilizate atât la feminin cât și la masculin. De exemplu: un bobocel (primul), o rățușcă (prima).

Este util să-i ghidăm pe copii să înțeleagă că „unu” poate fi atât puțin cât și mult. De exemplu: un copac – e puțin, iar o pădure – înseamnă mulți copaci; un elev – e puțin, iar o clasă include mulți elevi.

➲ Numerele de la 2 până la 10

Introducerea fiecăruia dintre numerele de la 2 până la 10 se realizează în două lecții. Prima lecție vizează formarea aspectului cardinal al numărului (câți/câte?). La a doua lecție se dezvăluie aspectul ordinal al numărului (al câtelea/a câta?).

După construirea anumitor segmente ale șirului numeric, se realizează lecții de analiză-sinteză, de exemplu: „Numerele de la 1 la 3”, „Numerele de la 1 la 5”, „Numerele de la 0 la 10”.

- **Dezvăluirea aspectului cardinal al numărului natural**

Modele obiectuale

Se iau două mulțimi de obiecte: prima mulțime conține atâtea elemente câte indică numărul natural imediat precedent; a doua mulțime constă dintr-un obiect. Acest obiect trebuie să difere de celelalte fie prin culoare, fie prin formă, fie ca mărime. Aceste două mulțimi se reunesc și învățătorul denumește mulțimea obținută. De exemplu: 3 mere mari și încă 1 măr mic – în total 4 mere.

Învățătorul ghidează copiii să înțeleagă principiul formării unui număr nou. De exemplu: „Patru este trei și încă unu.”

Se construiesc alte modele obiectuale ale numărului nou, de exemplu: 4 cuburi, 4 morcovi etc. Astfel, se realizează scopul urmărit: copilul recunoaște un număr natural ca proprietate comună a mulţimilor finite echipotente.

Modele grafice (figuri numerice)

La această etapă, copiii desenează în caiete procesul de formare a numărului nou – *figuri numerice* în care obiectele sunt reprezentate prin cercuri, pătrate, puncte etc. Trecând de la modele obiectuale la figuri numerice, copilul progresează de la concret la abstract. Merele, cuburile, iepurașii, păsările etc. sunt înlocuite prin imagini schematice, relevând astfel faptul că importante sunt nu caracteristicile obiectelor reprezentate (acestea sunt nesemnificative), ci cantitatea/numărul lor. Această idee vă permite desprinderea treptată a aspectului cantitativ al lumii înconjurătoare ca obiect principal de studiu al matematicii.

Exemplu: Lecția „Numărul și cifra 4” [5, p. 18]. Lectura imaginilor

– Ce vedeți pe poliță? (3 căni albastre, 3 farfurii albastre.) Să desenăm aceste căni în caiete prin pătrate albastre.

– Să desenăm sub fiecare pătrat un cerc albastru. Câte cercuri am desenat? Cum credeți, ce am reprezentat prin aceste cercuri? (3 farfurii albastre.)

– Ce face fetița? (Spală încă o farfurie – roșie.) Cum să reprezentăm acest lucru pe desen? (Să desenăm un cerc roșu alături de cele albastre.)

– Câte farfurii sunt în total? (Trei <u>și încă</u> una – patru.)

– Să desenăm acum cănile pe care băiețelul le-a aranjat pe masă. Cum vom desena? (Desenăm 3 pătrate albastre și încă unul roșu.) Câte căni sunt în total pe masă? (4) Cum s-a obținut 4? (Trei <u>și încă</u> una.)

– Ce mai vedeți în număr de 4 pe desene? (Sunt 4 linguri pe masă, 4 picioare are masa, 4 labe are pisica). Desenăm.

Modelul simbolic – scrierea prin cifră și recunoașterea cifrei ca simbol al unui număr natural mai mic decât 10. Scopul acestei etape constă în stabilirea unei conexiuni triunivoce: mulțimi obiectuale ↔ număr natural ↔ cifră. Astfel, atunci când copilul vede o cifră, el este capabil să numească numărul corespunzător și să dea exemple potrivite de grupuri de obiecte. De exemplu: „4 este o cifră. Cu aceeastă cifră se scrie numărul „patru”. Câinele are patru labe, masa are patru picioare.” Asemenea conexiuni se stabilesc nu doar pornind de la cifră, dar și de la orice alt element al respectivei triade: de la un număr sau de la un grup de obiecte.

- **Studierea componenței numărului**

Pentru descoperirea tuturor cazurilor de componență a numărului, de asemenea, se construiesc diverse modele particulare: obiectuale, grafice, simbolice, verbale. Exemplificăm pentru numărul 4.

Modele obiectuale (învățătorul lucrează la tabla magnetică, elevii – pe bănci, individual sau în perechi)

Exemplul 1

- Aranjați vertical 3 bețișoare. Ce să facem ca să avem 4 bețișoare? Deci, cum am obținut 4? (3 <u>și încă</u> 1.)
- Aranjați sub bețișoare 2 căpșuni. Ce să facem pentru a avea 4 căpșuni? Deci, cum am obținut 4? (2 <u>și încă</u> 2.)
- Puneți dedesubt 1 cerc. Ce să facem pentru a avea 4 cercuri? Deci, cum am obținut 4? (1 <u>și încă</u> 3.)
- Să repetăm cum am compus numărul 4.

Exemplul 2

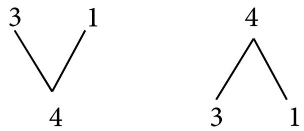
- Fiecare dintre voi are 3 cercuri roșii și 3 albastre. Puneți pe bancă 4 cercuri. Relatați cum ați procedat.

Modele grafice

Efectuarea comentată a exercițiilor grafice propuse în manual favorizează înțelegerea componenței numărului respectiv. De exemplu, exercițiul grafic de la pagina 18: „În pom erau 4 mere verzi. Apoi un măr s-a copt și a devenit roșu. Acum în pom sunt tot 4 mere, dar sunt 3 verzi și unul roșu. Apoi s-a copt încă un măr. Acum în pom sunt tot 4 mere, dar 2 sunt verzi și 2 roșii.”

Modele simbolice

Cazurile de compunere și descompunere a numărului se scriu schematic:



Elevii trebuie să memoreze involuntar toate cazurile posibile de componență a numărului. Astfel se realizează pregătirea pentru învățarea cazurilor tabelare de adunare și scădere.

Este foarte important ca sarcinile la componența numărului să fie variate. În acest scop se folosesc caietul tipărit al elevului, diverse fișe pregătite de învățător, jocuri didactice și alte activități ludice, se realizează primele dictări matematice.

- **Dezvăluirea aspectului ordinal al numărului natural**

În cadrul dezvăluirii aspectului ordinal al numărului natural, se urmărește dobândirea următoarelor achiziții.

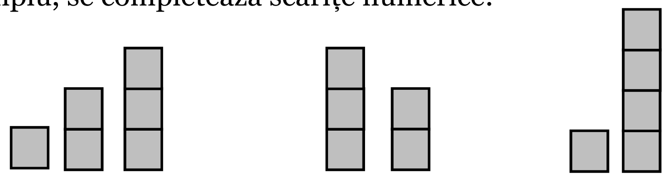
- ***Înțelegerea legăturii dintre aspectul cardinal al numărului natural și cel ordinal***

Exemplul 1 [5, p. 18]. Câți bobocei erau la început? (3) Ce s-a întâmplat apoi? (Din ou a ieșit încă o bobocică.) Câți bobocei sunt acum? (Trei și încă una, în total patru (numerale cardinale).) A câta la rând este noua bobocică? (A patra (numeral ordinal).)

Exemplul 2 [5, p. 33]. Arătați, cine este al doilea din stângă. Este un bobocel sau o bobocică? Descrieți-o. (Această bobocică se jenează, a înclinat capul.) Arătați, cine este al treilea din dreapta. Este un bobocel sau o bobocică? Descrieți-l. (Acest bobocel își ascultă cu atenție vecina, este gânditor, visător.) Dar al câtelea este acest bobocel dacă ne uităm din stânga?

- ***Înțelegerea relațiilor de comparație între numere***

În cadrul activităților de modelare obiectuală, grafică, simbolică, verbală, se explorează compararea cantitativă a grupurilor de obiecte, a figurilor numerice, se comentează cu ajutorul expresiilor „mai puțin”, „tot atât”, „mai mult”, se scrie cu ajutorul semnelor de comparație (<, =, >). De exemplu, se completează scărițe numerice:



$1 < 2 < 3$ $\quad$ $3 > 2$ $\quad$ $1 < 4$

- ***Ordonarea crescătoare și descrescătoare a numerelor***
- ***Relația de succesiune a numerelor naturale***

Predecesorul și succesorul numărului primesc o denumire metaforică – *vecinii numărului*. Pentru însușire, sunt utile sarcini de completare a unor șiruri de numere consecutive, crescătoare sau descrescătoare. De exemplu: a) 1, ..., 3, ..., 5; b) 8, 7, ..., ..., 4; c) ..., ..., 4, 3, ..., ...

- ***Formarea noțiunilor de număr par și număr impar***

Observând pe fiecare pagină din manual, la care se introduce un nou număr, un șir de bobocei care ies din ouă, elevii vor remarca cum alternează: bobocel – bobocică, din nou bobocel – bobocică etc. Când un bobocel iese din ou (primul, al treilea, al cincilea, al șaptelea și al nouălea), el este încă fără pereche. Respectiv, numerele 1, 3, 5, 7 și 9 sunt impare (fără pereche). Când din ou iese următoarea bobocică (a doua, a patra, a șasea, a opta și a zecea), toți devin cu pereche. Respectiv, numerele 2, 4, 6, 8 și 10 sunt pare (cu pereche). Înțelegând alternarea numerelor pare și impare, elevii vor constata că 0 este un număr par, deoarece precede numărul impar 1.

2.4. Predarea-învățarea numerelor naturale în concentrul 0-20

La baza numerației orale și a celei scrise a numerelor din cea de a doua zece se află gruparea a câte 10 unități la numărare.

➲ **Numerația orală**

Însușirea numerației orale a numerelor 11-20 se bazează pe descoperirea legăturii dintre componența zecimală a numerelor și numeralele corespunzătoare, cu sprijin în acțiuni concrete cu bețișoare, iar apoi cu alte obiecte și cu reprezentări schematice ale acestora.

Etapa I. Sarcini de formare a numerelor 11-20 dintr-o zece și câteva unități, inclusiv din două zeci

Numerele de la 11 până la 19 se modelează dintr-un mănunchi de bețișoare (o zece de bețișoare) și câteva bețișoare separate (bețișoare-unități). Elevii trebuie să însușească această terminologie.

Bețișoarele-unități se deplasează spre zecea modelată ca mănunchi de bețișoare. Se comentează: aducem unu spre zece – obținem numărul unsprezece; aducem doi spre zece – obținem numărul doisprezece etc. Nu trebuie să se țină cont de faptul că substantivul „bețișor” este neutru. (Nu se va spune *două spre zece*, dar *doi spre zece*.) Modelând astfel numerele 11-19, elevii vor comenta formarea numeralului, apoi vor rosti integral numeralul. Se va urmări în manual cum sunt colorate numeralele: unsprezece, doisprezece, treisprezece etc.

Etapa a II-a. Sarcini inverse – de descompunere a unui număr dat în zeci și unități

De exemplu: *Câte zeci și câte unități conține numărul 17?*

Etapa a III-a. Relevarea legăturii dintre aspectul cardinal și cel ordinal al numărului natural

În acest scop se contrapun valorile cardinale ale numerelor vecine și se precizează valorile ordinale ale fiecărui număr, la fel cum s-a făcut anterior pentru numerele 0-10.

➲ Numerația scrisă

Numerația scrisă a numerelor 11-20 este legată de aplicarea principiului pozițional al sistemului zecimal de numerație (valoarea cifrei depinde de poziția ei în număr). Pentru descoperirea principiului pozițional se recomandă a folosi **abacul** cu două rânduri de buzunărașe [5, p. 76]. În rândul de sus sunt buzunărașe pentru mănunchiuri a câte 10 bețișoare la zeci și bețișoare separate la unități. În buzunărașele din rândul de jos se plasează fișe cu cifre.

La început, învățătorul pune bețișoare doar în buzunărașul din dreapta (8, 9, 10 bețișoare) și schimbă în mod corespunzător fișele cu cifre dedesubt. Ajungând la 10 bețișoare, le explică elevilor că dedesubt este loc doar pentru o cifră. Însă numărul 10 nu poate fi scris doar cu o cifră – el se scrie cu două cifre. De aceea nu putem lăsa 10 bețișoare în acest buzunăraș. Va trebui să legăm bețișoarele într-un mănunchi și să plasăm acest mănunchi la zeci. Acum, la unități nu avem niciun bețișor, deci vom pune dedesubt cifra 0, iar la zeci avem o zece, deci vom pune dedesubt cifra 1.

Cifra 1 la zeci arată că numărul este format dintr-o zece, iar cifra 0 la unități arată că acest număr nu conține alte unități libere, care nu au fost legate în mănunchi. Astfel se explică scrierea numărului 10 cu ajutorul a două cifre (inițial, în concentrul 0-10 acest fapt s-a comunicat fără explicații) și se introduc noțiunile *număr de o cifră* și *număr de două cifre*.

În mod analog se explică scrierea cu cifre a numărului 20. Ajungând pe abac la numărul 19 (un mănunchi de zece bețișoare și încă 9 bețișoare-unități) se mai adaugă un bețișor la unități și se repetă explicația realizată pentru numărul 10. Astfel, se leagă încă un mănunchi de bețișoare care se plasează în buzunărașul de la zeci, dedesubt se plasează cifra 2 la zeci, iar la unități – cifra 0.

Pentru studierea numerației în concentrul 0-20 se recomandă și alte materiale didactice:

- *Rigletele* – material distributiv și demonstrativ: fâșii de o culoare a câte 10 pătrățele și fâșii de alte culori a câte 1-9 pătrățele (fiecare set se păstrează într-un plic);
- *Seturi* de piese LEGO, de cuburi;
- *Numărătoarea de poziționare* – material demonstrativ [5, p. 77].

Se recomandă diverse jocuri didactice de rol în care se cere schimbul a 10 obiecte cu un alt obiect, ce reprezintă o zece, și invers. De exemplu, efectuarea schimbului de bani: 1 bancnotă de 10 lei și 8 bancnote de 1 leu se schimbă pe 18 bancnote de 1 leu etc.

De la diverse reprezentări ale componenței zecimale a numerelor 11-20 se va trece la scrierile simbolice („furca”):

12

1 z. 2 un.

1 z. 4 un.

14

Compararea și ordonarea numerelor 11-20 se va realiza la fel ca și în concentrul 0-10. Cazul special vizează

44

compararea unui număr de două cifre cu un număr de o cifră. Elevii trebuie să fie ghidați spre a înțelege că orice număr de o cifră este mai mic decât orice număr de două cifre, folosind argumente diverse:

- la numărare, numerele de două cifre vin după cele de o cifră;
- pe riglă, numerele de două cifre vin, la fel, după cele de o cifră;
- numerele de două cifre conțin o zece, iar cele de o cifră – nu, ele sunt mai mici decât zece.

Conform principiilor contrapunerii și repetării continue, se recomandă blocuri de exerciții de comparare a numerelor din prima zece și a numerelor din a doua zece.

De exemplu: *Scrie în locul steluței semnul de comparație corespunzător:*

3 * 7	8 * 4
13 * 17	18 * 14
13 * 7	8 * 14
3 * 17	18 * 4

Studierea componenței zecimale a numerelor celei de a doua zeci este legată de **primele cazuri de adunare și scădere fără trecere peste ordin**:

Z + U = ZU (10 + 2 = 12)	ZU – U = Z (12 – 2 = 10)
U + Z = ZU (2 + 10 = 12)	ZU – Z = U (12 – 10 = 2)

Pentru a efectua asemenea calcule este necesar să se posede capacitatea de a descompune un număr de la 11 la 19 în termeni zecimali, sau, invers, să se compună un număr dintr-o zece și câteva unități. Aceste cazuri de adunare și scădere, de obicei, nu ridică dificultăți de însușire.

2.5. Predarea-învățarea numerelor naturale în concentrul 0-100

Atât la baza numerației orale cât și la baza numerației scrise în concentrul 0-100 se află **gruparea zecimală a unităților la numărare, în condițiile aplicării principiului pozițional** – proprietatea sistemului zecimal de numerație, cu care elevii s-au familiarizat în procesul studierii numerelor până la 20.

În cadrul studierii numerelor din concentrul 0-100 se evidențiază: numerele formate din zeci (zecile rotunde sau întregi) (Z); numerele formate din zeci și unități (ZU).

➲ Zecile rotunde (întregi) (Z)

Elevii trebuie să se antreneze în numărarea orală până la 100 cu mult înainte de studiul temei respective. Astfel, începând studierea numerației în concentrul 0-100 de la zecile rotunde, ei nu riscă să-și formeze asociații eronate precum că între zecile rotunde nu există alte numere sau că zecile rotunde urmează consecutiv una după alta.

Majoritatea denumirilor zecilor rotunde reprezintă combinații ale denumirilor numerelor de o cifră și cuvântul „zeci” (douăzeci, treizeci, optzeci etc.) Excepție face doar numeralul șaizeci, în care „șase” este substituit printr-o formă scurtă.

Pentru însușirea numerației orale și scrise a zecilor rotunde se recomandă numărarea cu sprijin în mănunchiuri a câte zece bețișoare și activitatea respectivă pe abac.

Totuși, manipulând cu mănunchiurile-zeci, elevul vede, în final, doar 10 mănunchiuri, dar nu vede șirul natural, nu vede ce loc ocupă fiecare zece rotundă în acest șir. De aceea, de rând cu bețișoarele, se recomandă utilizarea altor mijloace didactice. De exemplu, *banda sutei (drumul sutei)* – un metru divizat în decimetri și centimetri. Pe această bandă elevii socot centmetrii – câte unu și câte zece. Poate fi utilizată și ruleta sau metrul pliant (zigzag) format din segmente de 10 cm.

Este util de a contrapune denumirile, scrierile și componența zecimală a zecilor rotunde și a numerelor 11-20, care sunt deja cunoscute elevilor. De exemplu:

treizeci

30

3 z. *0 un.*

treisprezece

13

1 z. *3 un.*

Însușirea numerației zecilor rotunde este legată firesc de ***efectuarea operațiilor de adunare și scădere a zecilor rotunde***. Aceste operații se reduc la operații asupra numerelor primei zeci: socotim cu zecile la fel, cum socotim cu unitățile. Astfel, elevii își formează reprezentarea despre o zece ca o nouă unitate de numerație.

În baza principiului contrapunerii, se recomandă perechi de exerciții cu unități și cu zeci rotunde:

$7 > 5$	$3 + 2$	$6 – 4$	$8 + 2$	$10 – 3$
$70 > 50$	$30 + 20$	$60 – 40$	$80 + 20$	$100 – 30$

➲ Numerele formate din zeci și unități (ZU)

Se recomandă aceleași mijloace didactice: bețișoare, abac, drumul sutei, metrul. Cu ajutorul metrului pot fi măsurate înălțimile scaunului și băncii, lățimea băncii (dimensiuni mai mici decât 1 m). Măsurările fac numerele abstracte mai apropiate elevilor, mai clare, permit legătura dintre studiul numerației și viață.

Un alt mijoc util este tabelul în care numerele 0-100 se scriu în rânduri-zeci [5, p. 106]. În acest tabel este ușor de a generaliza reprezentările despre numerele pare și impare: numerele pare au la unități cifra 0, 2, 4, 6 sau 8; numerele impare au la unități cifra 1, 3, 5, 7 sau 9.

Folosind aceste mijloace didactice, elevii își formează următoarele priceperi și deprinderi.

▪ ***Numărarea până la 100.*** În formarea acestei deprinderi poate apărea, ca dificultate, trecerea peste zecea rotundă. De exemplu, unii elevi pot număra astfel: patruzeci și opt, patruzeci și nouă, patruzeci și zece. Pentru prevenirea și combaterea acestei dificultăți se recomandă a atrage atenția la următoarele aspecte: formarea fiecărei zeci rotunde din numărul predecesor și încă o unitate; numărarea orală în ordine crescătoare și în ordine descrescătoare cu trecere peste zecea rotundă.

▪ ***Scrierea numerelor de două cifre.*** Datorită grupării zecimale a unităților în zeci, scriem zecile rotunde cu aceleași cifre ca și unitățile, iar pentru a deosebi zecile de unități folosim principiul pozițional. Elevii s-au familiarizat cu acest principiu în cadrul studierii numerelor 11-20. Acum trebuie să atenționăm elevii că untiățile ocupă primul loc din dreapta, iar zecile – al doilea loc din dreapta. Astfel, când se va ajunge în clasa a IV-a la introducerea noțiunii de ordin (locul cifrei în număr de la dreapta spre stânga), riscul formării unor asociații eronate va fi redus. Cifra 0 se scrie pe locul unităților (și pe locul zecilor în numărul 100) în cazul în care aceste unități de ordin lipsesc în componența zecimală a numărului.

▪ ***Compunerea/descompunerea zecimală a numerelor 0-100.*** Se realizează sarcini reciproc inverse:

- compunerea unui număr de două cifre din zeci și unități; de exemplu:

Oral: 4 zeci și 2 unități formează numărul 42.

Scris: 4 z.   2 un.

42

- descompunerea unui număr de două cifre în zeci și unități; de exemplu:

Oral: numărul 37 este format din 3 zeci și 7 unități.

Scris: *37*

3 z. *7 un.*

▪ ***Compararea și ordonarea numerelor 0-100.*** Folosind mijloacele didactice, învățătorul va conduce elevii spre formularea și însușirea algoritmului de comparație a numerelor 0-100 în baza deprinderii de a descompune numerele în termeni zecimali (termeni de ordin):

– întâi observăm cu câte cifre sunt scrise numerele ce se compară: orice număr de o cifră este mai mic decât orice număr de două cifre;

– dacă avem de comparat numere de două cifre, atunci observăm cifrele zecilor: este mai mare numărul care conține mai multe zeci;

– dacă numerele ce se compară au cifre identice la zeci, atunci observăm cifrele unităților: este mai mare numărul care conține mai multe unități.

2.6. Predarea-învățarea numerelor naturale în concentrul 0-1 000

În concentrul 0-1000, elevii (clasa a III-a) se familiarizează cu suta, formată din 10 zeci, ca o nouă unitate de numerație, ajungând să înțeleagă că și cu sutele se poate număra la fel ca și cu unitățile și zecile. În acest concentru se introduce noţiunea de număr de trei cifre, se antrenează compunerea/ descompunerea numerelor în termeni zecimali (sute, zeci, unităţi) şi ca sume de produse (de exemplu: $234 = 2 \times 100 + + 3 \times 10 + 4$), se dezvoltă capacitățile de comparare și ordonare a numerelor naturale. În contextul ordonării numerelor naturale se introduce termenul *numere* *consecutive*, iar termenul „vecinii numărului”, folosit în clasele I-II, se înlocuiește cu *predecesor* și *succesor*. În legătură cu compunerea/descompunerea numerelor în termeni zecimali, se abordează cazurile aferente de adunare și scădere; de exemplu:

650 + 8   658 – 8   658 – 650

608 + 50   658 – 50   658 – 608 etc.

Mijloacele didactice utile în studierea numerelor naturale până la o mie sunt: *numărătoarea de poziționare*, pe care se reprezintă numerele naturale (modele obiectuale), și *tabelul ordinelor,* în care se scriu cu cifre numerele naturale (modele simbolice).

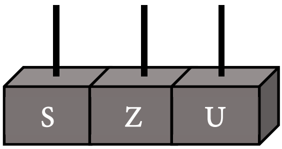


Figura 2.1. Numărătoarea de poziționare pentru studierea numerelor 0-1000

Sute	Zeci	Unități

Figura 2.2. Tabelul ordinelor pentru studierea numerelor 0-1000

Este necesar de a atenționa la numărarea cu trecere peste zeci și sute rotunde (de exemplu: 228, 229, 230, 231; 498, 499, 500, 501); la formarea, citirea și scrierea numerelor ce conțin cifra 0 în scrierea sa (de exemplu: 203; 230; 500).

2.7. Predarea-învățarea numerelor naturale în concentrul 0-1 000 000

În clasa a IV-a, în concentrul 0-1 000 000, se introduc noţiunile de *ordin* (poziția cifrei în scrierea numărului de la dreapta spre stânga) şi *clasă* (fiecare grup de trei ordine consecutive, începând cu ordinul întâi), se continuă dezvoltarea capacităţilor de citire şi scriere, compunere şi descompunere, comparare şi ordonare a numerelor naturale. În legătură cu formarea numerelor ca sume ale termenilor de ordin, se abordează cazurile aferente de adunare şi scădere; de exemplu:

4 650 + 8   4 658 – 8   4 658 – 4 650
4 608 + 50   4 658 – 50   4 658 – 4 608 etc.

Mijloacele didactice utile în studierea numerelor naturale până la un milion sunt: *numărătoarea de poziţionare*, pe care se reprezintă numerele naturale (modele obiectuale), şi *tabelul ordinelor şi claselor*, în care se scriu cu cifre numerele naturale (modele simbolice).

Clasa miilor			Clasa unităţilor		
Sute de mii	Zeci de mii	Unităţi de mii	Sute	Zeci	Unităţi

Figura 2.3 Tabelul ordinelor şi claselor pentru studierea numerelor 0-1 000 000

Este necesar de a atenţiona la formarea, citirea şi scrierea numerelor ce conţin cifra 0 în scrierea sa; de exemplu: 2 003; 20 030 etc.

Totodată, în concentrul 0-1 000 000 se formează priceperi de a utiliza cifre romane (I, V, X) pentru scrierea numerelor până la 30.

Ca rezultat al studierii numerelor naturale până la un milion în clasa a IV-a, elevii trebuie să-şi asigure un bagaj de cunoştinţe despre numerele naturale, care a început a fi acumulat în clasa I şi urmează a fi generalizat, aprofundat şi dezvoltat în clasele gimnaziale. În chenarul de mai jos se prezintă în mod sintetizat bagajul vizat de cunoștințe [4, p. 4-5].

Numerele obținute în rezultatul numărării sunt numite numere naturale: 0 dinozauri vii acum pe Pământ, 1 soare pe cer, 25 de elevi într-o clasă, 100 de centimetri într-un metru etc.

0 este cel mai mic număr natural. Cât de mare n-ar fi un număr natural, dacă îl vom aduna cu 1, vom obține un număr și mai mare. De aceea, **cel mai mare număr natural nu există**, iar **șirul numerelor naturale este infinit:** 0, 1, 2, 3, ...

Exemplificăm două numere vecine în șirul numerelor naturale:

23 și 24 sunt numere **consecutive**; 24 = 23 + 1;

23 este **predecesorul** numărului 24; 24 este **succesorul** numărului 23.

Predecesor nu are doar numărul 0, iar succesor are orice număr natural .

Cum cuvintele se scriu cu litere, așa numerele se scriu cu cifre. Cifrele **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8** și **9** se numesc **arabe**, fiindcă au fost răspândite în lume de negustorii arabi, circa 1 200 de ani în urmă. Însă au fost inventate cu 3 veacuri mai înainte, în India. Tot atunci au fost inventate regulile de formare a numerelor naturale, în bază de ordine și clase:

- Poziția unei cifre în scrierea unui număr natural cu cifre arabe, de la dreapta spre stânga, se numește **ordin.** 10 unități de același ordin formează o unitate de ordin imediat superior: 10 unități formează o zece; 10 zeci formează o sută; 10 sute formează o mie; 10 mii formează o zece de mii etc.
- Fiecare grup de trei ordine consecutive, începând cu ordinul 1, se numește **clasă;** o clasă include **unități**,

zeci și **sute** de primul ordin care intră în ea. La fel ca șirul numerelor naturale, este înfinit și șirul claselor. După clasa milioanelor urmează clasele: miliardelor, trilioanelor, cvadrilioanelor etc. *La scriere, între clase se lasă spațiu.*

Astfel, numerele naturale se formează ca **sume ale termenilor de ordin:**

$$\mathbf{2\,735} = \mathbf{2} \times 1\,000 + \mathbf{7} \times 100 + \mathbf{3} \times 10 + \mathbf{5}$$

2 mii	7 sute	3 zeci	5 unități

În continuare se oferă sugestii metodice pentru introducerea noțiunilor de ordin și clasă.

➲ **Introducerea noținunii de ordin** [8, p. 12]

Dezvăluirea semnificației matematice a noțiunii de ordin (poziția fiecărei cifre în scrierea numărului natural, de la dreapta spre stânga) pornește de la semnificația uzuală a cuvântului „ordin" (decorație pentru merite deosebite), având ca suport un „basm matematic" ilustrat și comentat. Personajele basmului sunt șoriceii decorați cu ordine pentru istețime, care o ajută pe Cenușăreasă să numere o grămadă de cubulețe.

Șoricelul cu ordinul 1 numără unitățile câte zece și, la final, își lasă ordinul pe locul unităților – primul din dreapta. Șoricelul cu ordinul 2 numără, în mod analog, zecile și, la final, își lasă ordinul pe locul zecilor – al doilea din dreapta. La fel procedează și ceilalți șoricei.

Astfel se ajunge la asocierea ordinului cu poziția cifrei în scrierea numărului natural, de la dreapta spre stânga.

Lectura comentată a suportului pe pagina manualului poate fi însoțită prin reprezentare pe tijele numărătorii de poziționare și continuată printr-un joc de rol.

Joc de rol „Povestim un basm matematic”

- *Scopul jocului:* Asigurarea înțelegerii noțiunii de ordin
- *Sarcina de joc:* Să înscenieze un basm matematic conform sarcinii din manual: „Modificați basmul, știind că în total au fost aduse 2 467 de cubulețe.”
- *Regulile de joc:*

- Se repartizează rolurile Cenușăresei și celor 4 șoricei cu ordinele 1, 2, 3, 4. Învățătorul joacă rolul autorului.
- Înscenarea se realizează cu sprijin în textul din rubrica „Povestim un basm matematic” din manual și se însoțește prin reprezentare pe tijele numărătorii de poziționare.

Cenușăreasa: Ca să mă împiedice să merg la bal, mașteră mi-a poruncit să număr o grămadă de cubulețe. Vai, vai, ce să fac, cum să mă descurc? Sunt atât de multe!

Autorul: În ajutorul Cenușăresei au venit șoriceii decorați cu ordine pentru istețime. Iată vine șoricelul cu ordinul 1. El găsește o grămadă mare de cubulețe-unități. Ce faci tu, șoricel isteț?

Șoricelul cu ordinul 1: Eu grupez cubulețele în zeci și îmi rămân 7 cubulețe. Aceste 7 cubulețe rămase le încarc pe targă și le duc pe prispă la unități. (Cenușăreasa pune 7 bile pe tija unităților.)

Autorul: Bravo, șoricelule! Ai lăsat în urma ta o ordine mai bună. Acum nu mai sunt cubulețe împrăștiate, dar sunt bare-zeci de cubulețe. Dar tot sunt foarte multe! În ajutor vine șoricelul cu ordinul 2. El găsește o grămadă de bare – zeci de cubulețe. Ce faci tu, șoricel isteț?

Șoricelul cu ordinul 2: Eu asamblez câte 10 zeci în sute și îmi rămân 6 zeci. Le încarc pe targă și le duc pe prispă la zeci. (Cenușăreasa pune 6 bile pe tija zecilor.)

54

Autorul: Bravo și ție, șoricelule! Ai făcut o ordine și mai bună. Acum sunt plăci a câte o sută de cubulețe. Dar tot sunt multe! În ajutor vine șoricelul cu ordinul 3. El găsește o grămadă de plăci – sute de cubulețe. Ce faci tu, șoricel isteț?

Șoricelul cu ordinul 3: Eu grupez câte 10 sute în mii și îmi rămân 4 sute. Le încarc pe targă și le duc pe prispă la sute. (Cenușăreasa pune 4 bile pe tija sutelor.)

Autorul: Bravo și ție! Ai făcut o ordine minunată! Acum vine șoricelul cu ordinul 4. Ce găsești tu, șoricel isteț?

Șoricelul cu ordinul 4: Eu găsesc două cuburi mari a câte o mie de cubulețe. Le încarc pe targă și le duc pe prispă la mii. (Cenușăreasa pune 2 bile pe tija miilor.)

Cenușăreasa: Mulțumesc fumos, șoriceilor. Acum știu câte cubulețe sunt – 2 467. Voi reuși la bal, sunt fericită!

➲ **Introducerea noțiunii de clasă** [8, p. 16]

Dezvăluirea, în continuare, a semnificației matematice a noțiunii de clasă (fiecare grup de trei ordine consecutive, începând cu ordinul unu) se propune, în mod analog, cu pornire în semnificația uzuală a cuvântului *clasă*, utilizată zilnic în viața școlară. Imaginile sugestive și întrebările propuse pentru ghidarea observării permit descoperirea noii noțiuni.

Lecturarea imaginii cu trei șoricei, care au în piept ordinele, respectiv, 1, 2, 3 și intră pe ușa clasei I, conduce sugestiv la înțelegerea formării clasei I din trei ordine: ordinul unu (al unităților), ordinul al doilea (al zecilor), ordinul al treilea (al sutelor). Denumirea clasei (clasa I, a unităților) este dată de primul șoricel care intră pe ușa clasei – șoricelul cu ordinul 1, al unităților.

În mod analog se dezvăluie formarea clasei miilor din unități de mii, zeci de mii și sute de mii.

ACTIVITĂȚI APLICATIVE

Activități diferențiate în echipe sau perechi

1. Alegeți o imagine potrivită din manualul de matematică pentru clasa I și proiectați o conversație euristică în vederea: **a)** dezvoltării reprezentărilor spațiale; **b)** formării capacității de egalizare cantitativă a două grupuri de obiecte; **c)** construcției unei figuri numerice pentru dezvăluirea aspectului cardinal al numărului 3; **d)** formării reprezentărilor despre numere pare și impare.

2. Organizați tabelar mijloacele didactice recomandate pentru predarea-învățarea numerației în clasele primare și argumentați valoarea formativă a acestora. Propuneți o activitate cu folosirea unuia dintre aceste mijloace.

Clasa	Concentrul numeric	Mijloace didactice

3. Organizați tabelar terminologia matematică aferentă conceptului de număr natural, prevăzută curricular în clasele primare. Identificați în manualele de matematică pentru clasele I-IV sarcini în vederea însușirii respectivei terminologii.

Clasa	Concentrul numeric	Elemente de limbaj matematic

4. Propuneți activități de formare a capacităților de numărare cu valorificarea elementelor ludice în concentrul: **a)** 0-10; **b)** 0-20; **c)** 0-1 000; **d)** 0-1 000 000.

5. Elaborați o dictare matematică pentru evaluarea formativă punctuală în cadrul studierii numerației numerelor naturale: **a)** în clasa I; **b)** în clasa a III-a; **c)** în clasa a IV-a. Simulați dictarea, repartizându-vă rolurile de învățător și elevi. Realizați evaluarea reciprocă a activității de simulare.

Activitate individuală

6. Realizați un portofoliu cu materiale didactice pentru elevii claselor I: modele pentru învățarea scrierii caligrafice a cifrelor; poezioare despre cifre; jocuri cu degețelele; pauze dinamice; sarcini de perspicacitate (probleme versificate; probleme-glumă; probleme de logică; sarcini de dezvoltare a imaginației spațiale etc.).

3. METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII-EVALUĂRII OPERAȚIILOR ARITMETICE ÎN MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

3.1. Metodologia formării noțiunilor de adunare şi scădere în clasa I

➲ Introducerea operațiilor de adunare şi de scădere în clasa I

Operațiile de adunare și scădere se introduc la elevii claselor I după ce ei au construit progresiv şirul numerelor naturale 0-10 şi au memorat involuntar, dar trainic toate cazurile de compunere/descompunere a numerelor 0-10. Anume acestea constituie baza însușirii adunării și scăderii în concentrul 0-10.

Fazele (etapele) de introducere a noțiunilor de adunare şi de scădere în clasa I sunt determinate de fazele formării oricărei noțiuni matematice la vârsta şcolară mică (faza concretă, faza reprezentărilor, faza abstractă) și determină specificul activităților.

Faza concretă: construirea unor modele obiectuale. Se efectuează acțiuni concrete cu obiecte concrete (material distributiv și demonstrativ): în cazul adunării – alăturarea obiectelor; în cazul scăderii – înlăturarea obiectelor. Scopul acestei etape constă în ghidarea elevilor spre înţelegerea sensului concret al operației.

- Sensul concret al operației de adunare: rezultatul adunării a două numere este cardinalul reuniunii a două mulţimi disjuncte finite care au fiecare atâtea elemente câte corespund numerelor care se adună.
- Sensul concret al operației de scădere: diferenţa dintre o mulţime şi o submulţime a sa, adică, la baza

operaţiei de scădere stă conceptul de mulţimi complementare.

Principalele forme de organizare a clasei la această etapă sunt: frontală, individuală sau în perechi.

Faza reprezentărilor: construirea modelelor figurative/grafice. Are loc înlocuirea obiectelor prin desene simple (de exemplu, merele pot fi reprezentate prin cerculețe, creioanele – prin linioare etc.) și înlocuirea operațiilor concrete prin acțiuni pe desene: în cazul adunării – încercuire, colorare; în cazul scăderii – barare. Principalele forme de organizare a clasei la această etapă sunt forma frontală și cea individuală. Elevii vor lucra la tablă, în caiete, pe fișe individuale etc.

Faza abstractă: construirea modelelor simbolice și a modelelor verbale. Modelele simbolice presupun scrierea operației cu ajutorul cifrelor și semnelor (+ / -; =): în cazul adunării: 2 + 3 = 5 (2 și încă 3 fac 5; 2 și cu 3 fac 5); în cazul scăderii: 5 – 3 = 2 (5 fără 3 fac 2). Modelele verbale presupun utilizarea terminologiei matematice:

	La adunare	La scădere
Citirea semnului operației	Plus 2 adunat cu 3	Minus Din 5 scădem 3
Citirea semnului de egalitate	Este egal cu Fac, obţinem În total, la un loc, împreună	Este egal cu Fac, obţinem Rămâne
Denumirea componentelor și rezultatului operației	Termen, Termen, Sumă	Descăzut, Scăzător, Diferență/Rest
Expresii aferente	Cu ... mai mult A mări cu ...	Cu ... mai puțin A micșora cu ...

Este necesar de a asigura integrarea tuturor modelelor descrise mai sus. În acest sens, în manual se propun imagini sugestive, pe baza cărora învățătorul alcătuiește situații de problemă (fără a introduce noțiunea de problemă). Rezolvarea acestor situații de problemă are loc treptat: cu ajutorul materialelor distributive (modele obiectuale); prin desene (modele figurative); scriind operația (modele simbolice); citind operația cu ajutorul terminologiei matematice (modele verbale).

- **Trei tipuri de situații de problemă care permit dezvăluirea sensului operației de adunare**

1) *Situații statice de reuniune a două mulțimi disjuncte finite*. De exemplu: „În coș sunt 4 mere și încă 3 pere. Câte fructe sunt în total?" În formularea unor asemenea situații-problemă: operația de adunare este sugerată de cuvintele „și încă", „în total"/„la un loc"/„împreună"; pentru a descrie suma, trebuie folosit un cuvânt generalizator (în exemplul dat – „fructe").

2) *Situații dinamice de reuniune a două mulțimi discjuncte finite*. De exemplu: „În coș erau 4 mere. Aricică a pus încă 3 mere. Câte mere sunt acum în coș?" În formularea unor asemenea situații-problemă: operația de adunare este sugerată de un verb (a pus încă, a adus încă, a primit încă, au mai venit încă etc.); suma este sugerată de cuvintele „sunt acum".

3) *Situații care implică relații de comparare cantitativă a două mulțimi disjuncte finite*. De exemplu, se dă un grup de 3 cercuri și se cere: „Mărește cu 1." În procesul abordării situațiilor-problemă de acest tip, elevilor li se formează noțiunea de mărire a unui număr cu câteva unități: „Pentru a mări cu 1, luăm tot atât și încă 1."

▪ **Două tipuri de situații de problemă care permit dezvăluirea sensului operației de scădere**

1) *Situații dinamice de scădere dintr-o mulțime finită a unei submulțimi proprii*. De exemplu: „În coș erau 5 mere. Aricică a mâncat 2 din aceste mere. Câte mere au rămas în coș?” În formularea unor asemenea situații-problemă: operația de scădere este sugerată printr-un verb (a luat, a mâncat, au plecat, au zburat etc.); restul/diferența este sugerat prin cuvintele „au rămas”. Este util de a formula întrebarea și cu ajutorul cuvintelor „sunt acum”, în contextul contrapunerii situațiilor de aflare a sumei și de aflare a restului.

2) *Situații care implică relații de comparare cantitativă a două mulțimi disjuncte finite*. De exemplu, se dă un grup de 4 cercuri și se cere: „Micșorează cu 1.” În procesul abordării situațiilor-problemă de acest tip, elevilor li se formează noțiunea de micșorare a unui număr cu câteva unități: „Pentru a micșora cu 1, luăm tot atât fără 1.”

➲ **Dezvăluirea proprietăților operațiilor de adunare și scădere în clasa I**

▪ ***Proprietatea comutativă a adunării*** se dezvăluie treptat, începând cu prima lecție de introducere a operației de adunare, pe bază de modele grafice; de exemplu:

Numărând pătratele de la stânga spre dreapta, se obține adunarea 3 + 2 = 5. Numărând pătratele de la dreapta spre stânga, se obține adunarea 2 + 3 = 5. Adunările obținute se compară. Treptat, se ajunge la formularea: „La schimbarea locului termenilor, suma nu se schimbă” ($a + b = b + a$).

▪ **Proprietatea asociativă a adunării** se dezvăluie în cadrul unei lecții speciale, în bază de modele grafice și simbolice. Exersând adunarea a 3 termeni prin diferite modalități de asociere a termenilor câte 2, se ajunge la formularea; „Oricum am asocia termenii la adunare, suma rămâne aceeași”.

- În procesul exersării, treptat, copiii trebuie să fie ghidați să generalizeze **ca proprietate a scăderii**: „Nu putem scădea dintr-un număr dat un număr mai mare.”
- **Proprietatea adunării și scăderii de a avea element neutru** (zero) se dezvăluie în procesul predării-învățării cazurilor tabelare de adunare și scădere (fără a folosi terminologia respectivă).

3.2. Metodologia studierii cazurilor tabelare de adunare și scădere în clasa I

Etapa pregătitoare. Familiarizarea cu primele cazuri tabelare de adunare și scădere (cazurile $n \pm 1$) are loc încă în procesul studiului numerației numerelor naturale 0-10. Altfel nu ar fi posibil de a descoperi principiul formării șirului numerelor naturale și relația dintre numerele vecine.

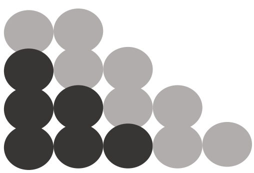
Etapa I. Se generalizează cazurile $n \pm 1$ în baza principiului formării șirului natural – adugarea sau scăderea unei unități.

Etapa a II-a. Se studiează cazurile $n \pm 2$, $n \pm 3$, $n \pm 4$, $n \pm 5$ în baza sensului concret al operației de adunare și, respectiv, de scădere.

Exemplul 1. Construcția tablei adunării cu 2 [5, p. 42]

Rând cu rând se construiesc:

Modele obiectuale



Modele simbolice

$0 + 2 = 2$

$1 + 2 = 3$

$2 + 2 = 4$

$3 + 2 = 5$ etc.

Modelele obiectuale se construiesc pe tablă sau se prezintă la ecranul proiectorului, sau se observă în manual. Scrierea adunărilor respective în fiecare rând se ghidează în modul următor:

- Observați cum aranjez cercurile.
- Câte cercuri albastre (de prima culoare) am pus?
- Câte cercuri roz (de a doua culoare) am pus?
- Câte cercuri sunt în total?
- Cum scriem acest lucru printr-un exercițiu?

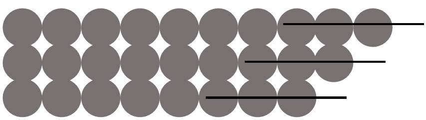
Învățătorul scrie adunările la tablă, iar elevii – în caiete, obținând o coloniță cu toate cazurile $n + 2$. Se recomandă implicarea elevilor în construcția modelelor obiectuale, începând, de exemplu, de la cazul $5 + 2$: „Cine se pricepe cum trebuie să aranjez acum cercurile? (5 albastre și încă 2 roz.) Cine vrea să le aranjeze?”

După studierea cazurilor $n + 2$, se precizează cum am numărat cercurile: de la stânga spre dreapta sau de la dreapta spre stânga. Apoi se propune elevilor să numere cercurile invers (de la dreapta spre stânga) și să scrie adunările corespunzătoare într-o coloniță alăturată. Este necesar să ghidăm elevii spre observarea faptului că rezultatele nu s-au schimbat (proprietatea comutativă a adunării). Astfel, se obține încă o coloniță alăturată de adunări, în care numărul 2 se află pe locul primului termen.

Exemplul 2. Construcția tablei scăderii cu 3 [5, p. 47]

Rând cu rând se construiesc:

Modele obiectuale



Modele simbolice

$10 - 3 = 7$

$9 - 3 = 6$

$8 - 3 = 5$ etc.

Scrierea scăderilor respective în fiecare rând se ghidează prin întrebările: Câte cercuri am aranjat? Câte cercuri iau? Câte cercuri rămân? Cum scriem prin exercițiu?

Se recomandă implicarea elevilor în construcția modelelor obiectuale, începând, de exemplu, cu cazul 6 – 3.

Etapa a III-a. Cazurile de adunare cu numerele 6, 7, 8, 9 se studiază în baza legii comutative a adunării. De exemplu, schimbând locul termenilor 2 + 7 = 7 + 2, obținem un caz învățat anterior (*n* + 2).

Etapa a IV-a. Cazurile de scădere a numerelor 6, 7, 8, 9 se studiază în baza componenței numerelor și a legăturii dintre adunare și scădere. De exemplu: 10 – 8 = 2.

8 2

Explicăm: Descompunem numărul 10 în termeni potriviți: 8 și 2. Dacă luăm 8, rămâne 2.

Cazurile *n* ± 0 se studiază în baza sensului concret al operațiilor de adunare și de scădere, dar necesită generalizări: adunarea cu 0 nu schimbă numărul; scăderea lui 0 nu schimbă numărul.

Pentru a asigura memorarea involuntară și trainică a cazurilor tabelare de adunare și scădere, se recomandă activități variate:

– rezolvarea de exerciții și probleme cu și fără sprijin în obiecte sau desene;

– efectuarea adunării și scăderii pe riglă (fără a folosi unități de măsură pentru lungimi);

– alcătuirea și rezolvarea de exerciții și probleme în bază de imagini sugestive sau desene schematice;

– rezolvarea exercițiilor lacunare, în care unul dintre numere este înlocuit printr-un simbol (*, □, ? etc.);

– jocuri didactice, concursuri individuale și de echipă.

3.3.Formarea competenţelor de calcul la adunarea netabelară

Formarea competențelor de calcul legate de adunarea și scăderea netabelară prevede următoarea dinamică: cazurile fără trecere peste ordin; cazurile cu trecere peste ordin. Întâi se învaţă procedeele de calcul oral, apoi procedeele de calcul scris, punând accent pe calcul oral.

Se recomandă următorul itinerar metodologic:

- familiarizarea cu procedeul de calcul în contextul unei situații de problemă, cu sprijin în obiecte;
- formarea priceperii de calcul prin aplicarea procedeului respectiv în rezolvarea de exerciţii cu/fără sprijin în obiecte;
- formarea deprinderii de calcul prin transferul priceperii respective în diverse contexte şi situaţii noi.

Familiarizarea cu procedeele de calcul legate de adunarea și scăderea netabelară a numerelor naturale se organizează după principiul concentric:

- clasa I: procedeele de calcul oral fără trecere peste ordin în concentrele 0-20, 0-100; în concentrul 0-100 copiii se familiarizează cu calculul scris (în coloniță);
- clasa a II-a: procedeele de calcul oral și scris cu trecere peste ordin în concentrul 0-100;
- clasa a III-a: procedeele de calcul oral și scris fără și cu trecere peste ordin în concentrul 0-1 000;
- clasa a IV-a: procedeele de calcul oral și scris fără și cu trecere peste ordin în concentrul 0-1 000 000.

➲ Adunarea netabelară în concentrul 0-20

Cazurile fără trecere peste ordin

- *Cazul Z + U = ZU (U + Z = ZU)*; de exemplu:

10 + 5 = 15; 5 + 10 = 15.

- *Cazul ZU + U = ZU (U + ZU = ZU)*; de exemplu:

12 + 5 = (1 z + 2) + 5 = 1 z + (2 + 5) = 1 z + 7 = 17.

Comentariu oral:

1) Descompunem numărul 12 ca 1 zece şi 2 unităţi (în termeni zecimali);

2) Adunăm unităţile între ele: 2 + 5 = 7;

3) Din 1 zece și 7 unități formăm numărul 17.

În acest procedeu de calcul oral s-au folosit:

- proprietatea de simetrie a relaţiei de egalitate, când am descompus termenul 12 ca sumă a termenilor zecimali: 12 = 1 z + 2;
- asociativitatea adunării, când am asociat unităţile între ele: (1 z + 2) + 5 = 1 z + (2 + 5);
- tabla adunării: 2 + 5 = 7;
- cunoaşterea componenţei zecimale a numerelor de la 11 până la 20: 12 = 1 z + 2; 1 z + 7 = 17.

Cazurile cu trecere peste ordin

- *Cazul ZU + U = 20 (U + ZU = 20);* de exemplu:

17 + 3 = (1 z + 7) + 3 = 1 z + (7 + 3) = 1 z + 10 = 1 z + 1 z =
= 2 z = 20.

- *Cazul U + U = ZU (procedeul de completare până la 10)*; de exemplu:

7 + 5 = 7 + (3 + 2) = (7 + 3) + 2 = 10 + 2 = 1 z + 2 = 12.

Comentariu oral:

1) Descompunem numărul 5 ca sumă de termeni potriviţi 3 şi 2, pentru a-l completa pe 7 până la 10 (pentru completare, alegem numărul cel mai apropiat de 10);

2) Transformăm 10 unităţi într-o zece;

3) Formăm numărul 12.

În acest procedeu de calcul oral s-au folosit:

- proprietatea de simetrie a relaţiei de egalitate şi cunoaşterea componenţei numerelor 0-10, când am descompus numărul 5 ca sumă a termenilor potriviţi 3 şi 2;
- asociativitatea adunării, când am asociat convenabil numărul 7 cu 3 pentru a-l completa până la 10: $7 + (3 + 2) = (7 + 3) + 2$;
- înţelegerea zecii ca o nouă unitate de ordin: 10 unităţi formează o zece;
- cunoaşterea componenţei zecimale a numerelor de la 11 până la 20, când cu 1 zece şi 2 unităţi am format numărul 12.

Pentru a familiariza elevii cu aceste procedee, întâi se întreprind activităţi cu obiecte concrete (modele obiectuale).

În cazurile fără trecere peste ordin, de exemplu, pentru a aduna 12 cu 5, vom lua un mănunchi de 10 beţişoare (o zece) şi încă 2 beţişoare (2 unități), apoi vom mai lua încă 5 beţişoare. Obţinem, în total, 1 mănunchi de 10 beţişoare şi încă 7 beţişoare, ceea ce reprezintă numărul 17.

În cazurile cu trecere peste ordin, de exemplu, pentru a aduna 7 cu 5, alăturăm la 7 beţişoare 5 beţişoare. Începem a număra beţişoarele. Când ajungem la 10, le legăm într-un mănunchi şi spunem că am format o zece de beţişoare. Mai avem încă 2 beţişoare. În total avem 12 beţişoare.

Un alt mijloc recomandat pentru familiarizarea cu procedeul completării până la 10 este tabelul cu două rânduri a câte 10 buzunărașe, în care numerele ce se adună se reprezintă prin plasarea în buzunărașe a figurilor geometrice [6, p. 16].

➲ Adunarea netabelară în concentrul 0-100

Cazurile fără trecere peste ordin

- *Cazul* $Z + Z = Z$; de exemplu:

40 + 30 = 4 z + 3 z = 7 z = 70 (analogic cu adunarea tabelară, a unităţilor).

- *Cazul ZU + U = ZU (U + ZU = ZU)*; de exemplu:

42 + 5 = (4 z + 2) + 5 = 4 z + (2 + 5) = 4 z + 7 = 47.

- *Cazul ZU + Z = ZU (Z + ZU = ZU);* de exemplu:

42 + 30 = (4 z + 2) + 3 z = (4 z + 3 z) + 2 = 7 z + 2 = 72.

- *Cazul ZU + ZU = ZU;* de exemplu:

42 + 36 = (4 z + 2) + (3 z + 6) = (4 z + 3 z) + (2 + 6) = = 7 z + 8 = 78.

Cazurile cu trecere peste ordin

- *Cazul ZU + U = Z (U + ZU = Z)*; de exemplu:

48 + 2 = (4 z + 8) + 2 = 4 z + (8 + 2) = 4 z + 10 = 4 z + 1 z = = 5 z = 50.

- *Cazul ZU + U = ZU (U + ZU = ZU);* de exemplu:

a) 86 + 7 = (8 z + 6) + 7 = 8 z + (6 + 7) = 8 z + 13 = = 8 z + (1 z + 3) = (8 z + 1 z) + 3 = 9 z + 3 = 93 (procedeul de calcul se bazează pe descompunerea termenului de două cifre ca sumă de termeni zecimali);

b) 86 + 7 = 86 + (4 + 3) = (86 + 4) + 3 = 90 +3 = 93 (procedeul de calcul se bazează pe descompunerea termenului de o cifră ca sumă de termeni potriviți, pentru a completa termenul de două cifre până la cea mai apropiată zece rotundă);

c) 86 + 7 = (83 + 3) + 7 = 83 + (3 + 7) = 83 + 10 = 93 (procedeul de calcul se bazează pe descompunerea termenului de două cifre ca sumă de termeni potriviți, pentru a completa termenul de o cifră până la 10).

- *Cazul ZU + ZU = ZU*; de exemplu:

a) 24 + 37 = (2 z + 4) + (3 z + 7) = (2 z + 3 z) + (4 + 7) = = 5 z + 11 =5 z + (1 z + 1) = (5 z + 1 z) + 1 = 6 z + 1 = 61 (descompunerea numerelor ca sume de termeni zecimali);

b) 24 + 37 = 24 + (6 + 31) = (24 + 6) + 31 = 30 +31 = 61

sau

24 + 37 = (21 + 3) + 37 = 21 + (3 + 37) = 21 + 40 = 61 (descompunerea unuia dintre numere ca sumă de termeni potriviți, pentru a obține o zece rotundă).

➲ **Adunarea netabelară în concentrul 0-1 000**

În cadrul concentrului 0-1 000 (clasa a III-a) devine mai important calculul scris, în care unităţile se scriu sub unităţi, zecile sub zeci, sutele sub sute.

După ce se învaţă cazurile fără trecere peste ordin, care, de obicei, nu generează dificultăţi elevilor, se trece la **cazurile cu trecere peste ordin.**

- *Cazurile cu trecere peste ordinul unităţilor*; de exemplu:

$$\begin{array}{l} {\scriptstyle 1} \\ 246 + \\ \underline{139} \\ 385 \end{array}$$

Pasul 1. Adunăm unităţile: 6 + 9 = 15 sau 1 zece şi 5 unităţi. Scriem cifra 5 la unităţile sumei, iar 1 zece o memorăm pentru a o aduna la suma zecilor (scriem deasupra zecilor cifra 1, de dimensiuni mai mici).

Pasul 2. Adunăm zecile: 4 + 3 = 7. Adunăm zecea memorată: 7 + 1 = 8. Scriem cifra 8 la zecile sumei.

Pasul 3. Adunăm sutele: 2 + 1 = 3. Scriem cifra 3 la sutele sumei.

Pasul 4. Citim suma: 385.

- *Cazurile cu trecere peste ordinul zecilor;* de exemplu:

$$\begin{array}{l} {\scriptstyle 1} \\ 264 + \\ \underline{193} \\ 457 \end{array}$$

▪ *Cazurile cu trecere peste ordinele unităţilor şi zecilor;* de exemplu:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 268\ + \\ \underline{195} \\ 463 \end{array}$$

Este important de a atrage atenția la cazuri speciale, în care în scrierea sumei se întâlnesc zerouri; de exemplu:

$$\begin{array}{r} 135\ + \\ \underline{245} \\ 380 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 173\ + \\ \underline{435} \\ 608 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 264\ + \\ \underline{536} \\ 800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 264\ + \\ \underline{736} \\ 1000 \end{array}$$

➲ **Studierea procedeelor de adunare netabelară în concentrul 0-1 000 000** (clasa a IV-a) urmează o dinamică analogică. În cazul formării unor deprinderi trainice de adunare a numerelor până la o mie și a însușirii numerației numerelor până la un milion, transferul prin analogie nu prezintă dificultăţi pentru elevi.

3.4. Formarea competențelor de calcul la scăderea netabelară

➲ Scăderea netabelară în concentrul 0-20

Cazurile fără trecere peste ordin

▪ *ZU – U = Z; ZU – Z = U;* de exemplu:

17 – 7 = (1 z + 7) – 7 = 1 z = 10;

17 – 10 = (1 z + 7) – 1 z = 7.

▪ *ZU – U = ZU*; de exemplu:

17 – 5 = (1 z + 7) – 5 = 1 z + (7 – 5) = 1 z + 2 = 12 (descompunerea descăzutului ca sumă de termeni zecimali).

Comentariu oral:

1) Descompunem descăzutul 17 în zeci şi unităţi: 1 zece şi 7 unităţi;

2) Scădem unităţile între ele: 7 – 5 = 2;

3) Formăm diferenţa: 1 zece şi 2 unităţi formează numărul 12.

În acest procedeu de calcul s-au folosit:

- proprietatea de simetrie a relaţiei de egalitate, când am descompus descăzutul ca sumă a termenilor de ordin;
- regula scăderii unui număr dintr-o sumă (pentru a scădea un număr dintr-o sumă, putem să-l scădem dintr-un termen al sumei (dacă numerele permit), iar diferenţa obţinută s-o adunăm la celălalt termen):

(1 z + 7) – 5 = 1 z + (7 – 5);

- tabla scăderii: 7 – 5 = 2;
- cunoaşterea componenţei zecimale a numerelor 11-20, când am format diferenţa: 1 z + 2 = 12.

▪ *ZU – ZU = U;* de exemplu:

a) 17 – 12 = (1 z + 7) – (1 z + 2) = (1 z – 1 z) + (7 – 2) = 5 (procedeul de descompunere a descăzutului și scăzătorului ca sume de termeni zecimali); în acest procedeu ne-am bazat pe regula scăderii a două sume, când am scăzut zecile între ele şi unităţile între ele;

b) 17 – 12 = 17 – (1 z + 2) = (17 – 1z) – 2 = 7 – 2 = 5 (procedeul de descompunere a scăzătorului ca sumă de termeni zecimali); în acest procedeu de calcul ne-am bazat pe regula scăderii unei sume dintr-un număr, când am scăzut din 17 succesiv zecile şi unităţile scăzătorului;

c) 17 – 12 = (12 + 5) – 12 = 5 (procedeul de descompunere a descăzutului ca sumă de termeni potriviți); în acest procedeu ne-am bazat pe legătura dintre adunare şi scădere.

Cazurile cu trecere peste ordin

▪ *ZU – U = U*; de exemplu:

a) 12 – 5 = 12 – (2 + 3) = (12 – 2) – 3 = 10 – 3 = 7; acest procedeu are la bază scăderea unei sume dintr-un număr şi se efectuează descompunând scăzătorul ca sumă a termenilor potriviţi, care apoi se scad succesiv din descăzut; acest procedeu poartă denumirea de *scădere pe părţi;*

b) 12 – 5 = (1 z + 2) – 5 = (10 + 2) – 5 = (10 – 5) + 2 = = 5 + 2 = 7; acest procedeu are la bază scăderea unui număr dintr-o sumă şi se efectuează *descompunând descăzutul ca sumă a termenilor zecimali,* apoi urmează transformarea zecii descăzutului în 10 unităţi, scăderea scăzătorului din 10, adunarea diferenţei obţinute cu unităţile descăzutului;

c) 12 – 5 = (7 + 5) – 5 = 7; acest procedeu are la bază cunoaşterea componenţei zecimale a numerelor 11-20 şi legătura dintre adunare şi scădere (dacă dintr-o sumă scădem un termen, rămâne celălalt termen), se efectuează *descompunând descăzutul ca sumă a termenilor potriviţi.*

Pentru a familiariza elevii cu aceste procedee de calcul se întreprind întâi activităţi cu obiecte concrete (modele obiectuale). De exemplu, pentru a scădea 12 – 5, vom lua un mănunchi de zece beţişoare (1 zece) şi încă 2 beţişoare. Dăm întâi la o parte cele 2 beţişoare separate. Pentru a înlătura încă 3 beţişoare (până la 5), dezlegăm mănunchiul (trecem peste ordin) şi luăm 3 beţişoare. Ne rămân 7 beţişoare.

Ca şi în cazurile respective de adunare cu trecere peste ordin în concentrul 0-20, este recomandat tabelul cu două rânduri a câte 10 buzunărașe, în care se plasează figuri geometrice [6, p. 18]

➲ Scăderea netabelară în concentrul 0-100

Cazurile fără trecere peste ordin

- *Z* – *Z* = *Z*; de exemplu:

70 – 40 = 7 z – 4 z = 3 z = 30 (analog cu scăderea unităţilor, înţelegând zecea ca o nouă unitate de numeraţie: putem opera cu zecile la fel ca şi cu unităţile).

- *ZU* – *U* = *ZU*; de exemplu:

78 – 2 = (7 z + 8) – 2 = 7 z + (8 – 2) = 7 z + 6 = 76.

- *ZU – Z* = *ZU*; de exemplu:

78 – 20 = (7 z + 8) – 2 z = (7 z – 2 z) + 8 = 5 z + 8 = 58.

- *ZU – ZU* = *ZU*; de exemplu:

78 – 26 = (7 z + 8) – (2 z + 6) = (7 z – 2 z) + (8 – 6) =
= 5 z + 2 = 52.

Cazurile cu trecere peste ordin

- *Z – U* = *ZU*; de exemplu:

40 – 8 = 4 z – 8 = (3 z + 1 z) – 8 = 3 z + (1 z – 8) =
= 3 z + (10 – 8) = 3 z + 2 = 32.

- *Z – ZU* = *ZU*; de exemplu:

50 – 24 = 5 z – (2 z + 4) = (5 z – 2 z) – 4 = 3 z – 4 = 30 – 4 =
= 26.

- *ZU – U* = *ZU*; de exemplu:

42 – 6 = (30 + 12) – 6 = 30 + (12 – 6) = 30 + 6 = 36.

- *ZU – ZU* = *ZU*; de exemplu:

42 – 16 = (30 + 12) – (10 + 6) = (30 – 10) + (12 – 6) =
= 20 + 6 = 26.

➲ Scăderea netabelară în concentrul 0-1000

Scăderea fără trecere peste ordin nu prezintă mari dificultăţi pentru elevi, de aceea ne vom opri la procedeele cu trecere peste ordin.

- *Cazuri cu împrumut la ordinul zecilor*; de exemplu:

$$\begin{array}{l} 684\ - \\ \underline{259} \\ 425 \end{array}$$

Pasul 1. Nu putem scădea unităţile (4 < 9). De aceea împrumutăm 1 zece şi o transformăm în 10 unităţi. Avem, în total, 14 unităţi. Scădem unităţile: 14 – 9 = 5. Scriem cifra 5 la unităţile diferenţei. Pentru a nu uita de împrumut, scriem un punct deasupra zecilor.

Pasul 2. Ne-au rămas 7 zeci. Scădem zecile: 7 – 5 = 2. Scriem cifra 2 la zecile diferenţei.

Pasul 3. Scădem sutele: 6 – 2 = 4. Scriem cifra 4 la sutele diferenţei.

Pasul 4. Citim diferenţa: 425.

- *Cazuri cu împrumut la ordinul sutelor*; de exemplu:

$$\begin{array}{r} 948 - \\ \underline{295} \\ 653 \end{array}$$

- *Cazuri cu împrumut la ordinele zecilor şi sutelor;* de exemplu:

$$\begin{array}{r} 642 - \\ \underline{385} \\ 257 \end{array}$$

Este important de atrage atenţia la cazuri speciale în care:

- descăzutul conţine zerouri; de exemplu:

$$\begin{array}{r} 640 - \\ \underline{218} \\ 422 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 306 - \\ \underline{124} \\ 182 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 500 - \\ \underline{248} \\ 252 \end{array}$$

- restul conţine zerouri; de exemplu:

$$\begin{array}{r} 643 - \\ \underline{238} \\ 405 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 562 - \\ \underline{469} \\ 93 \end{array}$$

➲ **Studierea procedeelor de scădere netabelară în concentrul 0-1 000 000** (clasa a IV-a) urmează o dinamică analogică. În cazul formării unor deprinderi trainice de scădere a numerelor până la o mie şi a însuşirii numeraţiei numerelor până la un milion, transferul prin analogie nu prezintă dificultăţi pentru elevi.

3.5. Metodologia formării noțiunilor de înmulțire și împărțire a numerelor naturale în clasa a II-a

➲ Metodologia formării noțiunii de înmulțire în clasa a II-a

Dinamica introducerii operaţiei de înmulţire în clasa a II-a prevede:

- abordarea unor situații de problemă rezolvabile prin adunare repetată (adunare de termeni egali);
- exersarea adunărilor repetate, accentuând modalitatea scurtă de verbalizare; de exemplu, 2 + 2 + 2 se citeşte *de trei ori câte doi*;
- înlocuirea adunării repetate cu înmulţirea: pentru adunările repetate se poate folosi o altă scriere, de exemplu, $2 + 2 + 2 = 3 \times 2$; introducerea semnului înmulțirii (×) și denumirii operației;
- introducerea denumirilor componentelor și rezultatului înmulţirii – factori și produs; exersarea scrierii adunărilor repetate prin înmulţiri şi invers, accentuând semnificaţia acordată factorilor: *primul factor arată de câte ori se repetă al doilea factor ca termen al adunării repetate.*

Urmează descoperirea ***proprietăţii comutative a înmulţirii*** printr-o strategie de tip inductiv-deductiv. Se cercetează diverse modele ale comutativității operației de înmulţire: cu sprijin în imaginile, apoi exercițiile din manual [6, p. 49]. Respectiv, se compară perechi de înmulţiri, în care locul factorilor este schimbat, de exemplu:

$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6 \quad \text{și} \quad 2 \times 3 = 3 + 3 = 6.$$

Ca rezultat al observării și generalizării, se ajunge, progresiv, la formularea: „Dacă schimbăm locul factorilor, produsul rămâne neschimbat” ($a \times b = b \times a$).

Este importantă însușirea **cazurilor speciale ale înmulțirii**.

a) ***Cazul a × 1*** se abordează printr-o strategie inductivă. Se cercetează câteva cazuri particulare, în care 1 reprezintă factorul al doilea, de exemplu: $2 \times 1 = 1 + 1 = 2$; $3 \times 1 = 1 + 1 + 1 = 3$ etc. Ca rezultat al generalizării se formulează concluzia: $a \times 1 = a$.

b) Pentru ***cazul 1 × a***, se schimbă locul factorilor în exerciţii şi se concluzionează: $a \times 1 = 1 \times a = a$.

c) Analog se abordează ***cazurile a × 0 şi 0 × a:***

- $2 \times 0 = 0 + 0 = 0$; $3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = 0$ etc.;
- $0 \times 2 = 2 \times 0 = 0$; $0 \times 3 = 3 \times 0 = 0$ etc.

Ca rezultat al generalizării se formulează concluzia: $a \times 0 = 0 \times a = 0$.

De fapt, cazurile $1 \times a$, $0 \times a$ constituie excepţii din definiţia înmulţirii ca adunare repetată: primul factor arată câţi termeni are adunarea repetată; o adunare trebuie să aibă cel puţin 2 termeni, deci, primul factor nu poate fi egal cu 0 sau cu 1. Deoarece un asemenea raționament nu este accesibil elevilor din clasa a II-a, aceste două cazuri speciale se abordează folosind legea comutativă a înmulțirii.

Proprietatea asociativă a înmulţirii se descoperă în baza unui raţionament inductiv, calculând produsul a trei numere prin asocierea diferită a factorilor. Se formulează: „Oricum am asocia 3 numere la înmulţire, produsul rămâne acelaşi" ($(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$).

➲ Metodologia formării noțiunii de împărțire în clasa a II-a

Conform manualelor şcolare actuale, operaţia de împărţire se introduce după ce elevii au însuşit conceptul de înmulţire şi tabla înmulţirii cu numerele până la 5.

Noua operaţie se introduce conform conţinuturilor contextelor problematice concrete legate de împărţire: întâi împărţirea prin cuprindere, apoi împărţirea în părţi egale.

▪ Sensul concret al ***împărţirii prin cuprindere*** constă în clasificarea unei mulţimi finite date în submulţimi echivalente. Se cunoaşte numărul de elemente din fiecare clasă, iar numărul claselor trebuie aflat. De exemplu: 12 creioane trebuie împărţite câte 3 elevilor; se întreabă câți elevi vor primi creioane.

Se acţionează pornind de la un *model obiectual*:

– din 12 creioane se iau 3 şi se dau primului elev; la tablă se scrie operaţia efectuată: 12 – 3;

– se continuă analog până se termină creioanele; scriind toate scăderile se obţine exerciţiul:

$$12 \underbrace{- 3 - 3 - 3 - 3}_{\text{de 4 ori}} = 0;$$

– se concluzionează: am împărțit 12 creioane câte 3 creioane la 4 elevi (12 : 3 = 4).

În mod analog se cercetează modele grafice în baza imaginilor sugestive din manual.

Se introduce semnul operaţiei de împărţire (:) şi denumirile componentelor și rezultatului operației: deîmpărţit, împărţitor, cât. Este esenţial ca elevii să înţeleagă *semnificaţia câtului: câtul arată de câte ori putem scădea împărţitorul din deîmpărţit (de câte ori împărțitorul se cuprinde în deîmpărțit).*

▪ Sensul concret al ***împărţirii în părţi egale*** constă, de asemenea, în clasificarea unei mulţimi finite date, clasele reprezentând submulţimi echivalente. În acest caz se ştie câte clase se formează, iar prin împărţire se află câte elemente conţine fiecare clasă. De exemplu: „Moș Tudose împarte în mod egal 8 covrigi celor 2 nepoți. Câți covrigi primește fiecare nepot?” [6, p. 67].

Situația se abordează prin dramatizare, învățătorul jucând rolul moşului, iar doi elevi – rolurile nepoţilor:

– din 8 covrigi (decupaţi din carton) se iau 2 şi se împart câte unul la fiecare dintre cei 2 nepoţi; la tabla se scrie scăderea efectuată: 8 – 2;

– se continuă analog până se termină covrigii; la tabla se obţine şirul de scăderi repetate:

$$8 \underbrace{-2-2-2-2}_{\text{de } 4 \text{ ori}} = 0;$$

– având deja o experienţă de învăţare asemănătoare în situaţii de împărţire prin cuprindere, se obţine împărţirea:

$$8 : 2 = 4.$$

Astfel se asigură unificarea celor două procedee de împărţire – în părţi egale şi prin cuprindere. Precizăm că terminologia aferentă „în părţi egale” şi „prin cuprindere” nu se introduce elevilor.

Prin observare şi generalizare se va scoate în evidenţă **proprietatea**: „Deîmpărţitul nu poate fi mai mic decât împărţitorul”.

Este importantă însușirea **cazurilor speciale ale împărțirii**.

a) ***Cazurile a : 1, a : a, 0 : a*** se dezvăluie în baza legăturii dintre împărțire și înmulţire și a cazurilor speciale de înmulțire; de exemplu:

$$3 : 1 = 3 \quad \text{pentru că} \quad 3 \times 1 = 3;$$
$$3 : 3 = 1 \quad \text{pentru că} \quad 1 \times 3 = 3;$$
$$0 : 3 = 0 \quad \text{pentru că} \quad 0 \times 3 = 0.$$

Prin generalizare se ajunge la concluziile:

$$a : 1 = a; \quad a : a = 1; \quad 0 : a = 0.$$

b) ***Cazul împărțirii la 0*** se abordează în mod analog. Se constată că nu există un număr natural care, fiind înmulțit cu 0, să dea un număr diferit de zero. Prin generalizare se ajunge la concluzia: „Împărțirea la 0 nu are sens”.

3.6. Metodologia studierii cazurilor tabelare de înmulțire și împărțire în clasa a II-a

Dinamica predării-învățării cazurilor tabelare de înmulțire și împărțire în clasa a II-a prevede următorul itinerar metodologic etapizat:

I. După introducerea operației de înmulțire și însușirea cazurilor speciale de înmulțire, se construiesc progresiv tablele înmulțirii cu numerele de la 2 până la 5;

II. Apoi se introduce operația de împărțire, se învață cazurile speciale de împărțire și se construiesc progresiv tablele împărțirii la numerele de la 2 până la 5;

III. În continuare, se studiază concomitent cazurile tabelare de înmulțire și împărțire la numerele de la 6 până la 10.

Această abordare este optimală, deoarece permite a activiza treptat legăturile între operațiile aritmetice: între înmulțire și adunare; între împărțire și scădere; între împărțire și înmulțire.

Etapa I

Pentru predarea cazurilor tabelare de înmulțire cu numerele de la 2 până la 5 se recomandă o structură unică a activității.

La prima lecție (înmulțirea cu 2) învățătorul va monitoriza cu grijă procesul de construcție progresivă a tablei corespunzătoare. La lecțiile următoare (înmulțirea cu 3, 4, 5) va implica tot mai mult elevii în activitate, sporind astfel gradul de independență a lor în procesul dobândirii de cunoștințe noi, favorizând competența „a învăța să înveți”.

Exemplificăm în continuare prin construcția tablei înmulțirii cu 4 [6, p. 58].

❖ ***Evocare***

- Se realizează numărarea din 4 în 4 de la 0 până la 40.

- Se evocă oral și se scriu în coloniță cazurile cunoscute de înmulțire cu 4, în care 4 se află pe locul factorului al doilea:

$$0 \times 4 = 0$$
$$1 \times 4 = 4$$
$$2 \times 4 = 8$$
$$3 \times 4 = 12$$

- Se observă că produsele cresc din 4 în 4.

❖ ***Realizarea sensului***

- Se continuă colonița calculând cazurile noi de înmulțire cu 4, când numărul 4 se află pe locul factorului al doilea. Calculul se realizează cu spriin în modele obiectuale/grafice și verbale, în baza imaginilor sugestive și modelelor de calcul din manual.

- Începem cu ultimul dintre cazurile cunoscute, evocate anterior. Citim: „De 3 ori câte 4 fac 12.” Fixăm pe tabla laterală 3 fișe a câte 4 căpșuni.

- Alăturăm încă o fișă, deci numărul total de căpșuni va crește cu 4. Citim: „De 4 ori câte 4.” Scriem, în coloniță, prin înmulțire și calculăm adunând 4 la produsul precedent: $4 \times 4 = 16$.

- Mai alăturăm o fișă, astfel se mai adaugă 4 căpșuni. Citim: „De 5 ori câte 4.” Scriem, în coloniță, prin înmulțire și calculăm adunând 4 la produsul precedent: $5 \times 4 = 20$.

- Se continuă în mod analog până la 10 fișe, deci până la cazul 10×4. Astfel, la final, în caiete și la tablă se obține colonița de înmulțiri cu 4 pe locul factorului al doilea.

- Se folosește legea comutativă a înmulțirii și se scrie în dreapta coloniței obținute colonița de înmulțiri cu 4 pe locul factorului întâi.

- Se introduce terminologia matematică nouă: *de 4 ori mai mare*. (În cazurile înmulțirii cu 2 și cu 3 se introduce și terminologia specifică: *dublu*, *triplu*.)

❖ ***Reflecție***

Se formulează întrebări folosind o terminologie matematică diversă, iar elevii trebuie să răspundă observând tabla înmulțirii cu 4 obținută în caiete și la tablă. Inițial, întrebările se formulează de către învățător, apoi se solicită elevilor să formuleze întrebări asemănătoare pentru colegi; de exemplu: Care număr este de 4 ori mai mare decât 8? Care este produsul numerelor 9 și 4? Cu cât trebuie să înmulțim 4, pentru a obține 8? Ce număr, mărit de 4 ori, dă 28? etc.

Etapa a II-a

Sub aspect metodic, lecțiile de predare-învățare a cazurilor tabelare de împărțire la numerele de la 2 până la 5 au, de asemenea, o structură unică:

- reactualizarea cazurilor speciale de împărțire la numărul dat în legătură cu cazurile respective de înmulțire;
- folosirea legăturii dintre înmulțire și împărțire și obținerea tablei împărțirii la numărul respectiv;
- introducerea terminologiei matematice specifice (jumătate, treime, sfert, de câteva ori mai mic);
- consolidarea prin rezolvarea de exerciții și probleme.

La prima lecție (împărțirea la 2), învățătorul va monitoriza cu grijă procesul de construcție progresivă a tablei corespunzătoare. La lecțiile următoare (împărțirea la 3, 4, 5) va implica tot mai mult elevii în activitate, sporind astfel gradul de independență a lor în procesul dobândirii de cunoștințe noi, favorizând competența transdisciplinară „a învăța să înveți”. Exemplificăm în continuare prin construcția tablei împărțirii la 3 [6, p. 75].

❖ ***Evocare***

- Se realizează numărarea înapoi, din 3 în 3, de la 30 până la 0.

▪ Se reactualizează cazurile speciale de înmulțire și împărțire la 3, relevând legătura dintre ele. Aceste cazuri se scriu în colonițe în caiete și la tablă.

$0 \times 3 = 0 \leftrightarrow 0 : 3 = 0$ $\quad 3 : 0$ nu are sens

$1 \times 3 = 3 \quad 3 : 3 = 1 \quad 3 : 1 = 3$

❖ ***Realizarea sensului***

▪ Se folosește legătura dintre înmulțire și împărțire și se obțin celelalte cazuri tabelare de împărțire la 3. Calculul se realizează cu sprijin în imaginile sugestive (fundița care arată legătura dintre înmulțire și împărțire) și exercițiile lacunare din manual.

– Se citește primul exercițiu lacunar de înmulțire cu 3: „Cât ori trei ne dă șase?” Completăm: $2 \times 3 = 6$.

– Scriem această înmulțire înapoi, de la dreapta spre stânga, înlocuind înmulțirea cu operația inversă – împărțirea. Obținem $6 : 3 = 2$.

– Se continuă în mod analog până la cazul $30 : 3 = 10$. Ca rezultat al activității, în caiete și la tablă se obține colonița de împărțiri la 3.

▪ Se introduce terminologia matematică nouă: de 3 ori mai mic; treime.

❖ ***Reflecție***

Pentru asigurarea înțelegerii, se formulează întrebări folosind o terminologie matematică diversă, iar elevii trebuie să răspundă observând tabla împărțirii la 3 obținută în caiete și la tablă. La început, întrebările sunt formulate de către învățător, apoi se solicită elevilor să formuleze întrebări asemănătoare pentru colegi. De exemplu: Care număr este de 3 ori mai mic decât 18? Care este câtul numerelor 27 și 3? Ce număr trebuie să împărțim la 3, pentru a obține 3? Care număr are treimea 5? etc.

Etapa a III-a

Sub aspect metodic, lecțiile de predare-învățare concomitentă a cazurilor tabelare de înmulțire și împărțire la numerele de la 6 până la 10 au o structură unică:

- reactualizarea cazurilor cunoscute de înmulțire și împărțire la numărul respectiv, relevând legătura dintre înmulțire și împărțire;
- descoperirea cazurilor noi de înmulțire și de împărțire la numărul respectiv: cazurile noi de înmulțire – în baza comutativității înmulțirii și a adunării repetate; cazurile noi de împărțire – în baza legăturii dintre înmulțire și împărțire;
- consolidarea tablelor obținute și a terminologiei aferente prin rezolvarea de exerciții și probleme.

La prima lecție (înmulțirea și împărțirea cu 6) învățătorul va monitoriza cu grijă procesul de construcție progresivă a tablelor corespunzătoare. La lecțiile următoare (înmulțirea și împărțirea cu 7, 8, 9) va implica tot mai mult elevii în activitate.

În cadrul lecţiilor, prin activităţi variate, învăţătorul trebuie să conducă treptat elevii spre memorarea cazurilor tabelare de înmulțire și împărțire. **Este o gravă eroare pedagogică de a solicita învăţarea pe de rost a tablei înmulţirii înainte de a fi predată; de exemplu, în vacanţa de vară la finalizarea clasei I.** Trebuie să asigurăm o memorare conştientă, recurgându-se cât va fi nevoie la calculul produsului prin adunare repetată și calculul câtului în baza legăturii dintre împărţire și înmulţire, totodată stimulând memorarea prin diverse activităţi eficiente și atractive. În acest scop se recomandă: numărarea cu pasul dat înainte și înapoi (numărarea pe riglă, jocuri ritmice, numărători versificate); rezolvarea problemelor și a exercițiilor lacunare; jocuri didactice; concursuri individuale și de grup etc.

3.7.Formarea competențelor de calcul la înmulțirea netabelară

➲ Concentrul 0-1000

- *Înmulţirea cu 10 şi 100*; de exemplu:

2×10; 2×100; 40×10; 43×10.

- *Înmulţirea cu numere formate din zeci sau din sute întregi, fără trecere peste ordin*; de exemplu:

4×20; 3×200; 20×30.

- *Înmulţirea fără trecere peste ordin a unui număr de o cifră cu un număr de 2 sau 3 cifre*; de exemplu:
  - 2×34; 2×134;
  - cazuri speciale: 2×340; 2×304;.
- *Înmulţirea cu trecere peste ordin a unui număr de o cifră cu un număr de 2 cifre*; de exemplu:
  - cu trecere peste ordinul unităţilor: 3×26;
  - cu trecere peste ordinul zecilor: 3×40;
  - cu trecere peste ordinele unităţilor şi zecilor: 3×45.
- *Înmulţirea cu trecere peste ordin a unui număr de o cifră cu un număr de 3 cifre*; de exemplu:
  - cu o trecere peste ordin: 3×128; 2×354;
  - cu două treceri peste ordin: 4×237.

➲ Concentrul 0-1 000 000

- *Înmulţirea cu 1 000;* de exemplu:

$3 \times 1\,000$; $13 \times 1\,000$; $134 \times 1\,000$.

- *Înmulţirea fără trecere peste ordin cu un număr de o cifră;* de exemplu:

$1\,234 \times 2$; $1\,034 \times 2$; $1\,304 \times 2$; $1\,004 \times 2$.

- *Înmulţirea cu trecere peste ordin cu un număr de o cifră;* de exemplu:

128 × 3; 152 × 3; 158 × 3; 658 × 3; 3 658 × 3.

- *Înmulţirea fără trecere peste ordin cu un număr de două cifre*; de exemplu:

12 × 34; 121 × 34; 101 × 34; 1 201 × 34.

- *Înmulţirea cu trecere peste ordin cu un număr de două cifre;* de exemplu:

123 × 34; 123 × 54; 206 × 54; 5 283 × 54.

Principalele metode didactice recomandate pentru predarea-învățarea procedeelor de înmulţire netabelară sunt *problematizarea* şi *algoritmizarea*. Pentru formarea şi antrenarea capacităţilor de calcul se recomandă: activități de calcul comentat, dictări matematice, jocuri şi concursuri de calcul rapid organizate frontal sau în grupuri, contraexemple, compuneri şi rezolvări de probleme etc.

Să aducem câteva exemple de procedee de calcul oral:

1) 2 × 300 = 300 + 300 = 600 (calcul oral în baza definiţiei înmulţirii ca o adunare repetată);

2) 20 × 30 = (2 × 10) × (3 × 10) = (2 × 3) × (10 × 10) = = 6 × 100 = 600 (calcul oral în baza asociativităţii înmulţirii);

3) 43 × 20 = (40 + 3) × 20 = 40 × 20 + 3 × 20 = 800 + + 60 = 860 (calcul oral în baza distributivităţii înmulţirii în raport cu adunarea);

4) 2 × 327 = 2 × (300 + 20 + 7) = = 2 × 300 + 2 × 20 + 2 × 7 = 600 + 40 + 14 = 654 (calcul oral bazat pe distributivitatea înmulţirii în raport cu adunarea).

Procedeele scrise se bazează, la fel, pe distributivitatea înmulţirii în raport cu adunarea, dar şi pe înţelegerea proprietăţii sistemului de numeraţie de a fi zecimal: fiecare 10 unităţi de un ordin formează o unitate de ordin superior.

<u>Exemplul 1</u>

$$\begin{array}{r} 327 \times \\ \underline{\quad 2} \\ 654 \end{array}$$

Pasul 1. Înmulţim 2 cu unităţile: 2 × 7 = 14 sau 1 zece şi 4 unităţi. Scriem 4 la unităţile produsului, iar 1 zece o memorăm pentru a o aduna la produsul zecilor.

Pasul 2. Înmulţim 2 cu zecile: 2 × 2 = 4. Adunăm zecea memorată: 4 + 1 = 5. Scriem 5 la zecile produsului.

Pasul 3. Înmulţim 2 cu sutele: 2 × 3 = 6. Scriem 6 la sutele produsului.

Pasul 4. Citim produsul obţinut: 654.

Exemplul 2

640 × 12 = ?

Folosind proprietatea asociativă a înmulțirii, obţinem: 640 × 12 = (64 × 10) × 12 = (64 × 12) × 10. Concluzionăm că zeroul de la unitățile factorului 640 poate fi neglijat, scriindu-l la final la dreapta produsului 64 × 12. De aici rezultă organizarea calculului în coloniță:

$$\begin{array}{rl} 640 \times & \\ \underline{\quad 12} & \\ 128 & \leftarrow \text{primul produs parţial} \\ \underline{\;64\;} & \leftarrow \text{al doilea produs parţial} \\ 7680 & \leftarrow \text{produsul final} \end{array}$$

Pe parcursul formării capacităţilor de înmulţire netabelară, elevii descoperă şi folosesc următoarele reguli:

– pentru a înmulţi un număr cu o sumă, distribuim numărul la fiecare termen al sumei (distributivitatea înmulţirii în raport cu adunarea);

– pentru a înmulţi un număr cu 10; 100; 1000, scriem la dreapta numărului 1; 2; 3 zerouri;

– pentru a înmulţi două numere care se termină cu zerouri, procedăm astfel: înmulţim numerele neglijând zerourile cu care se termină; scriem la dreapta produsului obţinut atâtea zerouri câte au fost neglijate anterior.

3.8. Metodologia formării noţiunii de împărţire cu rest a numerelor naturale în clasa a III-a

Operaţia de împărţire cu rest se introduce în clasa a III-a prin contrapunere cu împărţirea exactă, conducând elevii la înţelegerea faptului că împărţirea exactă este un caz particular al împărţirii cu rest (când restul este nul).

Se porneşte de la o situaţie-problemă de împărţire prin cuprindere, propusă în manual (o istorioară matematică), care se abordează prin dramatizare, valorificând modele obiectuale și simbolice: „Poznașu dessșurubase roți de la mașinuțe, mai pierduse din ele și rămase cu 11 roți. Într-o zi, s-a apucat să monteze roțile înapoi la mașinuțe. A tot înșurubat câte 4 roți, cât a avut de unde. Câte mașinuțe a completat Poznașu cu roți? Câte roți i-au rămas?” [7, p. 80].

Învățătorul implică elevii în rezolvarea cu sprijin în obiecte și în scrierea rezolvării prin scădere repetată:

$$11 \underbrace{-4-4}_{\text{de 2 ori}} = 3$$

Apoi îi ghidează spre scrierea prin împărţire:

$$11 : 4 = 2, \text{ rest } 3.$$

În contextul verificării, se descoperă ***probele împărţirii cu rest.***

La final, se generalizează:

– La împărțire se obțin două numere: câtul și restul;

– Câtul arată de câte ori poate fi scăzut împărțitorul din deîmpărțit;

– Restul reprezintă rezultatul ultimei scăderi;

– Împărţirea cu restul 0 se numește împărțire exactă;

– Dacă restul este diferit de 0, avem o împărțire cu rest.

Se formalizează probele împărţirii cu rest:

1) $R < Î$. Restul trebuie să fie mai mic decât împărțitorul, altfel scăderea repetată va putea fi continuată și se va obține un alt cât.

2) $C \times Î + R = D$. Pentru a afla deîmpărțitul, înmulțim câtul la împărțitor, apoi adunăm restul.

Este importantă însușirea **cazurilor speciale** ale împărțirii cu rest.

a) ***Cazul împărţirii la 0*** a fost studiat anterior, în cadrul predării-învăţării operaţiei de împărţire exactă în clasa a II-a. Se actualizează faptul că împărţirea la zero nu are sens, extrapolând acest caz special al împărţirii exacte asupra împărţirii cu restul nenul.

b) ***Cazul când deîmpărţitul este mai mic decât împărţitorul*** se abordează în contexte de calcul cu sprijin în obiecte, comentat oral. Propunem un exemplu de scenariu didactic.

Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Să aflăm câtul și restul împărțirii 3 : 5. Vom lucra cu creioane, după modelul lui Meşterică [7, p. 81]. Așadar, trebuie să împărțim 3 creioane câte 5 (demonstrez clasei 3 creioane).	
Ce arată câtul? Recitiți în manual la pagina 80.	„Câtul arată de câte ori poate fi scâzut împărțitorul din deîmpărțit.”
Gândiți-vă, de câte ori putem scădea/lua 5 creioane din 3.	De zero ori.
De ce?	Deoarece 3 < 5.

Așa este, deîmpărțitul este mai mic decât împărțitorul.	
Deci, în cazul nostru, când deîmpărțitul este mai mic decât împărțitorul, se obține câtul 0.	
Câte creioane au rămas neîmpărțite?	Toate cele 3 creioane pe care le-am avut.
Deci, restul este egal cu 3 – cu deîmpărțitul.	
Scrierea la tablă și în caiete: $3 : 5 = 0$, rest 3.	

Generalizând, se formulează concluzia: „Dacă deîmpărțitul este mai mic decât împărțitorul, obținem câtul 0 și restul egal cu deîmpărțitul”.

Priceperea de calcul la împărțirea cu rest se formează în baza **algoritmizării**. Învățătorul ghidează elevii să comenteze calculele în baza algoritmului dat în manual [7, p. 81]. Exemplificăm prin împărțirea 46 : 7.

Pasul 1. Aflăm câtul. Determinăm numărul cel mai apropiat de 46, dar mai mic decât 46, care se împarte exact la 7. Este numărul 42. Împărțim $42 : 7 = 6$. Deci, am obținut câtul 6.

Pasul 2. Aflăm restul: $46 - 42 = 4$. Deci, am obținut restul 4.

Pasul 3. Efectuăm probele.

1) Verificăm dacă $R < \hat{I}$: $4 < 7$ (A).
2) Verificăm dacă $C \times \hat{I} + R = D$: $6 \times 7 + 4 = 46$ (A).

Răspuns: $46 : 7 = 6$, rest 4.

Cu timpul, comentarea calculelor se restrânge și elevii ajung să calculeze în minte.

Trebuie de menţionat importanţa tehnicii de efectuare a operaţiei de împărţire cu rest în vederea formării competenţelor de împărţire netabelară.

3.9. Formarea competenţelor de calcul la împărţirea netabelară

➲ Concentrul 0-1 000

▪ *Împărţirea exactă a numerelor care se termină cu zero*: de exemplu:
40 : 10; 400 : 100; 400 : 10; 420 : 10; 40 : 2; 40 : 20; 400 : 2; 400 : 200; 400 : 20.

▪ *Împărţirea unui număr de două cifre la un număr de o cifră, când zecile deîmpărţitului se împart exact la împărţitor*; de exemplu:

– împărţire exactă: 68 : 2;
– împărţire cu rest: 49 : 4;
– caz special, când câtul conţine zero: 62 : 3.

▪ *Împărţirea unui număr de două cifre la un număr de o cifră, când zecile deîmpărţitului nu se împart exact la împărţitor*; de exemplu:

– împărţire exactă: 78 : 2;
– împărţire cu rest: 78 : 5;
– caz special, când deîmpărţitul conţine zero: 80 : 3.

▪ *Împărţirea unui număr de trei cifre la un număr de o cifră, când sutele şi zecile deîmpărţitului se împart exact la împărţitor*; de exemplu:

– împărţire exactă: 686 : 2;
– împărţire cu rest: 285 : 2;
– cazuri speciale:

a) când la cât se obţine zero: 692 : 3 = 230, rest 2;

b) când deîmpărţitul are zero la zeci: 805 : 4 = 201, rest 1;

c) când deîmpărţitul se termină cu zero: 480 : 2 = 240.

▪ *Împărţirea unui număr de trei cifre la un număr de o cifră, când numărul zecilor nu se împarte exact la împărţitor*; de exemplu:

– împărțire exactă: 984 : 3;
– împărțire cu rest: 498 : 4;
– cazuri speciale:

a) când deîmpărţitul se termină cu zero: 860 : 4;
b) când câtul conţine cifra zero: 538 : 5 = 107, rest 3.

▪ *Împărţirea unui număr de trei cifre la un număr de o cifră, când numărul sutelor nu se împarte exact la împărţitor*; de exemplu:

– 536 : 3, când numărul sutelor este mai mare decât împărţitorul;
– 235 : 3, când numărul sutelor este mai mic decât împărţitorul;
– cazuri speciale:

a) când deîmpărţitul conţine zerouri: 205 : 3; 240 : 5;
b) când câtul conţine zerouri: 321 : 4 = 80, rest 1;
c) când şi deîmpărţitul şi câtul conţin zerouri: 500 : 2 = = 250.

➲ Concentrul 0-1 000 000

Se învață cazuri asemănătoare, când deîmpărțitul este un număr de 4-6 cifre.

Principalele metodele didactice recomandate pentru predarea-învăţarea procedeelor de împărţire netabelară rămân a fi *problematizarea* şi *algoritmizarea*. Pentru formarea şi antrenarea capacităţilor de calcul se recomandă: rezolvarea comentată, dictări matematice, jocuri şi concursuri, contraexemple, compuneri şi rezolvări de probleme etc.

Să aducem câteva exemple.

1) În baza legăturii dintre împărţire şi înmulţire se studiază cazurile:

- 40 : 10 = 4, deoarece 40 = 4 × 10;
- 600 : 300 = 2, deoarece 600 = 2 × 300;
- 900 : 30 = 30, deoarece 900 = 30 × 30;
- 240 : 10 = 24, deoarece 240 = 24 × 10.

2) În baza regulii de împărţire a unei sume la un număr se studiază următoarele cazuri.

a) 68 : 2 (descompunerea deîmpărţitului ca sumă a termenilor de ordin)

Calcul oral:

68 : 2 = (60 + 8) : 2 = 60 : 2 + 8 : 2 = 30 + 4 = 34.

Calcul scris:

$$\begin{array}{r|l} 68 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{60} & 34 \\ 8 & \\ \underline{8} & \\ 0 & \end{array}$$

Pasul pregătitor. Determin cu câte cifre va fi scris câtul.

Pot împărţi zecile deîmpărţitului la împărţitor (6 > 2), deci, câtul va conţine zeci. Scriu două puncte la cât: pentru cifra zecilor şi pentru cifra unităţilor.

Pasul 1. Aflu cifra zecilor la cât:

– *împart* zecile: 6 îl cuprinde pe 2 de 3 ori; scriu 3 la zecile câtului;

– *înmulţesc* şi aflu câte zeci am împărţit: 3 × 2 = 6; scriu 6 sub zecile deîmpărţitului;

– *scad* şi aflu restul zecilor: 6 – 6 = 0; nu pot scrie zero la zeci într-un număr de două cifre, de aceea nu scriu nimic sub linia de scădere.

Pasul 2. Aflu cifra unităţilor la cât:

– cobor cifra unităţilor şi *împart*: 8 îl cuprinde pe 2 de 4 ori; scriu 4 la unităţile câtului;

– *înmulţesc* şi aflu câte unităţi am împărţit: 4 × 2 = 8;

– *scad* şi aflu restul unităţilor: 8 – 8 = 0; scriu 0 sub linia de scădere; dacă se obţine un rest nenul, acesta se compară cu împărţitorul ($R < Î$).

Calculul scris se comentează la început în forma extinsă, ghidat de învăţător, apoi treptat se restrânge.

b) 78 : 2 (descompunerea deîmpărţitului în termeni potriviţi)

Calcul oral:

78 : 2 = (60 + 18) : 2 = 60 : 2 + 18 : 2 = 30 + 9 = 39.

În procesul învăţării procedeelor de împărţire netabelară elevii vor fi dirijaţi spre descoperirea şi antrenaţi ulterior în aplicarea următoarelor reguli:

- pentru a împărţi exact la 10; 100; 1000 un număr care se termină cu zerouri, se elimină 1; 2; 3 de zero de la dreapta numărului;
- pentru a împărţi exact două numere ce se termină cu zerouri, eliminăm la deîmpărţit şi împărţitor acelaşi număr de zerouri – cel mai mare posibil, apoi continuăm împărţirea.

3.10. Metodologia studierii legăturii dintre operații aritmetice

Legăturile dintre cele patru operaţii aritmetice învățate în clasele primare pot fi exprimate prin următoarele propoziţii:

- adunarea şi scăderea sunt operaţii inverse;
- înmulţirea şi împărţirea sunt operaţii inverse;
- înmulţirea este o adunare repetată;
- împărţirea (exactă) este o scădere repetată până la restul 0;
- înmulţirea este distributivă în raport cu adunarea; pentru a înmulți un număr cu o sumă, putem proceda în

două moduri: 1) întâi calculăm suma, apoi înmulțim numărul cu suma obținută; 2) întâi înmulțim numărul cu fiecare termen al sumei, apoi adunăm produsele obținute.

- regula împărțirii unei sume la un număr; pentru a împărți o sumă la un număr, în cazul în care fiecare termen al sumei se împarte exact la acel număr, putem proceda în două moduri: 1) întâi calculăm suma, apoi o împărțim la numărul respectiv; 2) întâi împărțim fiecare termen al sumei la numărul respectiv, apoi adunăm câturile obținute.

Aceste legături se aplică la calcule tabelare şi netabelare, la efectuarea probelor operaţiilor, la rezolvarea de ecuaţii.

În clasa I se formează blocuri de 4 exerciţii, 2 de adunare şi 2 de scădere, cu acelaşi numere; de exemplu:

$$3 + 2 = 5$$
$$2 + 3 = 5$$
$$5 - 3 = 2$$
$$5 - 2 = 3$$

Prin asemenea blocuri, copiii se familiarizează cu legătura dintre adunare şi scădere. Cercetând asemenea blocuri de exerciții: a) de sus în jos: ei observă că primul exerciţiu, adunarea, poate fi probat (verificat) prin celelalte trei exerciţii; b) de jos în sus: ei observă că ultimul exerciţiu, scăderea, poate fi probat (verificat) prin celelalte trei exerciţii.

În clasa a II-a se generalizează ***probele adunării şi scăderii***. Să exemplificăm prin adunarea 3 + 2 = 5.

- Se citesc numerele (componentele și rezultatul operației de adunare): 3 – termen, 2 – termen, 5 – suma.
- Se scriu celelalte exerciţii din bloc, citind numerele aşa ca anterior şi se obţin *probele adunării*:

  · 2 + 3 = 5 – proba prin adunare (în baza comutativităţii adunării);

- $5 - 3 = 2$; $5 - 2 = 3$ – probele prin scădere, care permit formularea regulii de aflare a unui termen necunoscut: „Pentru a afla termenul necunoscut, scădem din sumă termenul cunoscut”.

În mod analog se abordează *probele scăderii* și se formulează:

- regula aflării descăzutului necunoscut: „Pentru a afla descăzutul, se adună restul cu scăzătorul”;
- regula aflării scăzătorului necunoscut: „Pentru a afla scăzătorul, se scade restul din descăzut”.

În clasa a II-a se studiază legătura dintre înmulţire şi împărţire pornind de la un bloc analog, de exemplu:

$$3 \times 2 = 6$$
$$2 \times 3 = 6$$
$$6 : 3 = 2$$
$$6 : 2 = 3$$

În mod analog, ca și în cazul legăturii dintre adunare și scădere, se descoperă:

- *probele înmulţirii* (fie $3 \times 2 = 6$):

- proba prin înmulțire, în baza comutativităţii înmulţirii ($2 \times 3 = 6$);

- proba prin împărţire: pentru a afla factorul necunoscut, împărţim produsul la factorul cunoscut ($6 : 3 = 2$; $6 : 2 = 3$).

- *probele împărţirii* (fie $6 : 3 = 2$):

- proba prin înmulţire: pentru a afla deîmpărţitul, înmulţim câtul la împărţitor ($2 \times 3 = 6$);

- proba prin împărţire: pentru a afla împărţitorul, împărţim deîmpărţitul la cât ($6 : 2 = 3$).

Distributivitatea înmulţirii în raport cu adunarea se abordează în clasa a III-a, în contextul comparării exerciţiilor de rezolvare prin două metode a unei probleme special alcătuite.

Problemă: În fiecare farfurie sunt 3 mere și 4 nuci. Câte fructe sunt în total în 2 farfurii?

Metoda I: $2 \times (3 + 4) = 14$ (fructe).

Metoda a II-a: $2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$ (fructe).

În concluzie se concretizează regula: *pentru a înmulți un număr cu o sumă, putem proceda în două moduri: 1) întâi calculăm suma, apoi înmulțim numărul cu suma obținută; 2) întâi înmulțim numărul cu fiecare termen al sumei, apoi adunăm produsele obținute.*

Pentru a descoperi ***regula împărţirii unei sume la un număr*** se procedează în mod analog, în baza unei probleme; de exemplu: „Ana are 6 mere, iar Dan are 9 mere. Copiii au pus câte 3 mere în farfurii. Câte farfurii cu mere sunt?”

Metoda I: $(6 + 9) : 3 = 5$ (farfurii)

Metoda a II-a: $6 : 3 + 9 : 3 = 5$ (farfurii)

În concluzie se concretizează regula: *dacă fiecare termen al unei sume se împarte exact la un număr, atunci putem împărţi suma la numărul dat, împărţind fiecare termen la acel număr şi adunând câturile obținute.*

Se verifică prin calcul ***imposibilitatea transferării acestei reguli în cazul împărţirii unui număr la o sumă***; de exemplu:

$$80 : \overset{10}{(8 + 2)} = 8 \qquad \overset{10}{80 : 8} + \overset{40}{80 : 2} = 50.$$

O competență importantă de format în contextul studierii legăturilor dintre operații aritmetice ține de aflarea componentelor necunoscute ale operațiilor prin **rezolvarea de ecuații simple**.

➲ Rezolvarea ecuațiilor implicite

Se deosebesc așa-numitele ***ecuații implicite*** – exerciții lacunare (cu numere lipsă) în care necunoscuta este prezentată printr-un simbol abstractizant-intuitiv (pătrăţel liber, asterisc, semn de întrebare, imagine). Elevul trebuie să perceapă simbolul respectiv ca o mască a numărului necunoscut (sub simbolul respectiv se ascunde un număr, pe care trebuie să-l descoperim). De exemplu:

$3 + ? = 5$; $? + 2 = 5$; $5 - ? = 3$; $? - 3 = 5$.

$3 \times ? = 6$; $? \times 3 = 6$; $6 : ? = 3$; $? : 3 = 6$.

Simbolul care substituie numărul necunoscut se citește „cât” sau „ce/care număr”.

Scrierea rezolvării: se scrie exercițiul completat cu numărul aflat. Numărul aflat poate fi subliniat, de exemplu, cu verde (sau scris cu verde).

În formarea priceperilor de a rezolva ecuații implicite, este important comentariul oral al rezolvării. Învățătorul nu va impune un raționament rezolutiv anume, dar va stimula elevii să aleagă raționamentul preferat, oferind sprijinul necesar pentru exprimare în limbaj matematic.

În formarea deprinderilor de a rezolva ecuații implicite elevii sunt lăsați să judece în minte, la nivel intuitiv și empiric, iar comentarea/argumentarea se cere doar în cazul unei rezolvări eronate sau întâmpinării de dificultăți.

Exemplul 1 (clasa I) $3 + ? = 5$

Modalități de citire: *Trei plus cât ne dă cinci? Care număr trebuie adunat la trei, pentru a obține cinci? Cu cât trebuie mărit numărul trei, pentru a obține cinci?*

Raționamente rezolutive posibile:

a) În baza componenței numărului 5. *Știu că numărul 5 se formează ca 3 și încă 2. Înseamnă că sub semnul întrebării se ascunde numărul 2.*

b) În baza cunoașterii tablei adunării. *Îmi amintesc că 3 + 2 = 5. Înseamnă că sub semnul întrebării se ascunde numărul 2.*

Exemplul 2 (clasa I) 9 – ? = 2

Modalități de citire: *Nouă minus cât ne dă doi? Care număr trebuie scăzut din nouă, pentru a obține doi? Cu cât trebuie micșorat numărul nouă, pentru a obține doi?*

Raționamente rezolutive posibile:

a) În baza componenței numărului 9 și a legăturii dintre adunare și scădere. *Știu că numărul 9 se formează ca 2 și încă 7. Dacă iau 2 din 9, îmi rămâne 7. Înseamnă că sub semnul întrebării se ascunde numărul 7.*

b) În baza cunoașterii tablei scăderii. *Îmi amintesc că 9 – 7 = 2. Înseamnă că sub semnul întrebării se ascunde numărul 7.*

c) În baza legăturii dintre adunare și scădere și a componenței numerelor 0-10 sau a tablei adunării. *Citesc exercițiul înapoi: 2 + ? = 9. Îmi amintesc componența numărului 9 ca 2 și încă 7 (sau tabla adunării cu 2: 2 + 7 = 9) și trag concluzia că sub semnul întrebării se ascunde numărul 7.*

Exemplul 3 (clasa a II-a) ? × 4 = 32

Modalități de citire: *Cât ori 4 ne dă 32? Care număr trebuie înmulțit la 4, pentru a obține 32? Ce număr mărit de 4 ori este egal cu 32?*

Raționamentul rezolutiv se bazează pe cunoașterea tablei înmulțirii cu 4. *Știu că numărul 32 se obține la înmulțirea cu 4 a numărului 8. Înseamnă că sub semnul întrebării se ascunde numărul 8.*

➲ Rezolvarea ecuațiilor explicite

În așa-numitele ***ecuații explicite***, necunoscuta apare nemijlocit, fiind notată printr-o literă mică – la fel, o masca sub care s-a ascuns numărul necunoscut:

$a \pm x = b;\ x \pm a = b;\ x \times a = b;\ a \times x = b;\ a : x = b;\ x : a = b.$

Rezolvarea ecuațiilor explicite se efectuează în baza probelor operațiilor aritmetice, pașii de rezolvare fiind dați ca criterii de succes pentru produsul școlar *Rezolvarea ecuațiilor* [3].

Algoritm comun de rezolvare

1) Denumesc componentele operației și le scriu prescurtat deasupra numerelor corespunzătoare.

2) Identific componentele cunoscute și cele necunoscute.

3) Îmi amintesc regula de aflare a componentei necunoscute.

4) Aplic regula și scriu exercițiul de rezolvare.

5) Calculez.

6) Efectuez proba. Pentru aceasta înlocuiesc numărul aflat în locul literei în ecuația dată, apoi mă conving că obțin o egalitate adevărată.

7) Scriu răspunsul.

Exemplu: $x - 2 = 6$.

Rezolvare comentată:

1) Avem o scădere: x este descăzutul, 2 – scăzătorul, 6 – restul/diferența.

2) Cunoaștem scăzătorul 2 și restul 6, trebuie să aflăm descăzutul x.

3) Pentru a afla descăzutul x, adunăm restul 6 cu scăzătorul 2; scriem: $x = 6 + 2$.

4) Calculăm și scriem: $x = 8$.

5) Trasăm o linie orizontală și verificăm. Pentru aceasta, în ecuația dată, în loc de x punem 8. Obținem: $8 - 2 = 6$. Ne gândim, este adevărat ori nu. $8 - 2 = 6$, respeciv, $6 = 6$ (A).

6) Am obținut răspunsul $x = 8$.

Scrierea rezolvării:

D. Sc. R.

$x - 2 = 6$

$x = 6 + 2$

$x = 8$

$8 - 2 = 6$

$6 = 6$ (A)

Răspuns: $x = 6$.

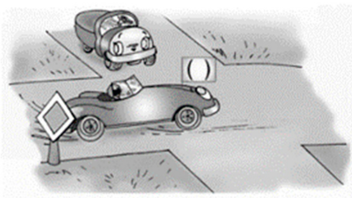
3.11. Metodologia studierii ordinii efectuării operaţiilor

În conformitate cu prevederile curriculare, ordinea efectuării operaţiilor se studiază începând cu sfârșitul clasei a II-a. În perioada premergătoare, sarcinile de învățare se alcătuiesc astfel încât să nu apară întrebări cu privire la ordinea efectuării operaţiilor.

Deoarece acest conţinut de învățare presupune reguli prescrise, nu este posibil un demers de descoperire a acestora. Demersul propus în manualul actual pentru clasa a II-a este ghidat prin imagini sugestive și o sarcină în care se solicită decodificarea denumirii indicatorului rutier „Drum cu prioritate” [6, p. 112, 114].

Întâi se abordează exerciţiile cu paranteze, apoi exerciţiile fără paranteze.

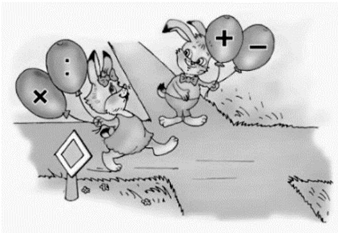
- Observăm pe automobil un steguleț cu paranteze. Automobilul merge pe drumul cu prioritate.



Într-un exerciţiu cu paranteze efectuăm întâi operațiile din paranteze.

Figura 3.1. Imagine sugestivă pentru introducerea regulii cu privire la ordinea efectuării operațiilor în exerciţii cu paranteze [6, p. 112]

- Iepurașul-băiat are două baloane cu semnele adunării și scăderii. Pe baloanele fetiței-iepuraș observăm semnele înmulțirii și împărțirii. Băiatul este galant și îi oferă fetiței drum cu prioritate.



Într-un exercițiu fără paranteze efectuăm <u>în ordinea în care sunt scrise</u>:

- întâi înmulțirile și împărțirile;
- apoi adunările și scăderile.

Figura 3.2. Imagine sugestivă pentru introducerea regulii cu privire la ordinea efectuării operațiilor în exerciții fără paranteze [6, p. 114]

În continuare (clasele II-IV), pentru formarea abilităților de aplicare a regulilor referitoare la ordinea efectuării operațiilor în exerciții cu și fără paranteze, se abordează următoarele tipuri de sarcini.

- ***Sarcini de rezolvare a exercițiilor cu 2-3 operații***

- Întâi se solicită numerotarea operațiilor în ordinea efectuării, apoi efectuarea succesivă a operațiilor, după care scrierea rezultatului obținut în exercițiu; de exemplu:

$$83 \overset{2)}{-} (17 \overset{1)}{+} 25) = 41$$

1) $17 + 25 = 42$
2) $83 - 42 = 41$

- Cu timpul, rezolvarea se restrânge, scriind rezultatul intermediar deasupra semnului operației care se efectuează în primul rând; de exemplu:

$$83 - (17 \overset{42}{+} 25) = 41$$

- ***Contraexemple didactice***

Elevilor li se propune să corecteze greşelile în exerciţii cu 2-3 operații, la rezolvarea cărora au fost comise erori referitoare la ordinea efectuării operațiilor.

- ***Sarcini de plasare a parantezelor*** care lipsesc în exercițiii cu 2-3 operații, astfel încât să se obțină un rezultat dat.

- ***Sarcini de identificare și argumentare a posibilității de a omite parantezele*** într-un exercițiu dat; de exemplu:

a) 800 : (20 × 4) = ?

Mesaj argumentativ: Dacă omitem parantezele în acest exercițiu, ordinea efectuării operațiilor se va schimba. Va trebui să efectuăm întâi împărțirea, apoi înmulțirea. Ca urmare vom obține un alt rezultat. Deci, în exercițiul dat nu putem omite parantezele.

b) 800 – (2 × 45) = ?

Mesaj argumentativ: Dacă omitem parantezele în acest exercițiu, ordinea efectuării operațiilor nu se va schimba. Oricum, efectuăm întâi înmulțirea, apoi scăderea. Ca urmare vom obține același rezultat. Deci, în exercițiul dat putem omite parantezele.

- ***Sarcini de scriere prin exercițiu, folosind justificat parantezele, a unor enunțuri formulate cu ajutorul terminologiei matematice***; de exemplu:

a) Dublează suma numerelor 3 și 4.

2 × (3 + 4) sau (3 + 4) × 2

b) Mărește cu 2 unități produsul numerelor 5 și 6.

5 × 6 + 2 sau 2 + 5 × 6

- ***Sarcini de rezolvare prin exercițiu a problemelor compuse***

ACTIVITĂȚI APLICATIVE

Activități diferențiate în echipe sau perechi

1. Organizați tabelar terminologia matematică aferentă conceptelor de adunare, scădere, înmulțire și împărțire, prevăzută curricular în clasele primare. Identificați în manualele de matematică pentru clasele I-IV sarcini în vederea însușirii respectivei terminologii.

Clasa	Operația aritmetică	Elemente de limbaj matematic

2. Organizați tabelar cazurile de adunare și de scădere netabelară în concentrul 0-20, exemplificându-le prin exerciții. Demonstrați calculele cu sprijin în mijloace didactice potrivite, explicând pașii de calcul.

Cazurile de adunare netabelară 0-20	Cazurile de scădere netabelară 0-20

3. Propuneți un sistem de exerciții care să reflecte cele mai dificile cazuri de: **a)** adunare în concentrul 0-1 000; **b)** scădere în concentrul 0-1 000; **c)** înmulțire în concentrul 0-1 000 000; **d)** împărțire în concentrul 0-1 000.

4. Elaborați o dictare matematică pentru evaluarea formativă punctuală în cadrul formării competențelor de calcul legate de: **a)** cazurile tabelare de adunare și scădere; **b)** cazurile tabelare de înmulțire și împărțire. Simulați dictarea, repartizându-vă rolurile de învățător și elevi. Realizați evaluarea reciprocă a activității de simulare.

5. Selectați din surse de specialitate și prezentați un joc didactic pentru dezvoltarea competențelor de calcul legate de: **a)** adunarea și scăderea netabelară; **b)** înmulțirea și împărțirea netabelară.

6. Realizați proiectarea didactică (antetul proiectului și schița activității) pentru o lecție de formare a capacităților de aplicare a cunoștințelor privind: **a)** cazurile tabelare de adunare și scădere; **b)** cazurile tabelare de înmulțire și împărțire. Realizați evaluarea reciprocă în vederea îmbunătățirii proiectelor.

Activitate individuală

7. Realizați un portofoliu digital, prezentând pe slide-uri: algoritmi de calcul în coloniță; algoritmul împărțirii cu rest; modele de explicare a ordinii efectuării operațiilor în exerciții; modele de explicare a posibilității omiterii parantezelor într-un exercițiu.

4. REPERE METODOLOGICE DE FORMARE A COMPETENȚELOR DE REZOLVARE A PROBLEMELOR

4.1.Repere de bază

Problema de matematică reprezintă transpunerea unei situaţii practice (sau a unui complex de situaţii practice) în relaţii cantitative, în care se cere determinarea unor valori necunoscute pe baza unor valori şi relaţii date. În școala primară, majoritatea absolută a problemelor de matematică sunt probleme textuale cu fabulă (cu sujet) care, de cele mai multe ori, descriu situaţii familiare elevilor, reale sau modelate în mod special, din viață sau din basme, cu personaje sau obiecte cunoscute de către copii.

Enunțul oricărei probleme este alcătuit din două părți: ***condiția problemei***, din care aflăm ce se dă (ce cunoaștem) în problemă; ***întrebarea problemei***, care ne indică ce trebuie să aflăm (să calculăm, determinăm). În enunț, condiția și întrebarea problemei pot fi expuse separat sau pot fi intercalate între ele. Întrebarea problemei poate fi formulată printr-o propoziție interogativă sau enunțiativă.

După numărul de operații în rezolvarea problemelor, deosebim: ***probleme simple***, rezolvabile printr-o operaţie; ***probleme compuse***, rezolvabile prin două sau mai multe operații.

În funcţie de strategia rezolvării, printre problemele compuse distingem: ***probleme tip***, rezolvarea cărora presupune un demers algoritmic; ***probleme cu operații relativ evidente***, rezolvarea cărora solicită un grad redus de euristică; ***probleme nonstandard***, pentru rezolvarea cărora este necesar un demers euristic mai complex.

Abordarea didactică a unei probleme prevede următoarele **etape.**

1. *Citirea și înțelegerea problemei.* Finalitățile activității la această etapă sunt: înțelegerea și memorarea conștientă a enunțului problemei; evidențierea condiției și a întrebării problemei; elucidarea cuvintelor cheie (principale) ale problemei.

2. *Organizarea schematică a enunțului (schema problemei).* De cele mai multe ori, se realizează o schemă clasică, structurată pe cuvintele cheie. După caz, poate fi eficientă organizarea tabelară sau figurativă (prin desene schematice). O schemă clasică se consideră corectă dacă: cuvintele cheie sunt determinate corect și scrise în ordinea cuvenită; toate datele și relațiile cunoscute sunt trecute în schemă; valoarea/valorile care se întreabă sunt notate prin semn de întrebare.

3. *Proiectarea demersului de rezolvare a problemei.* În cazul problemelor simple, accentul cade pe argumentarea alegerii operației aritmetice, ghidând inițial activitatea cu sprijin în obiecte sau desene. În cazul problemelor compuse, activitatea poate fi ghidată de învățător pe una dintre următoarele căi: sintetică (de la datele problemei spre întrebarea acesteia), analitică (de la întrebarea spre datele problemei), sau analitico-sintetică. Finalitatea activității la această etapă este întocmirea orală/mintală a unui plan pertinent de rezolvare a problemei.

4. *Scrierea rezolvării problemei.* Rezolvarea poblemelor simple se scrie prin exercițiu. În cazul problemelor compuse, putem scrie:

- *rezolvarea cu plan* – pentru fiecare operație se scrie o propoziție interogativă sau enunțiativă prin care se precizează ce urmează să fie aflat, apoi se scrie exercițiul corespunzător;

- *rezolvarea cu justificări* – pentru fiecare operație se scrie exercițiul corespunzător, apoi se scrie linie de pauză, după care o justificare succintă (de obicei, cuvântul cheie vizat);
- *rezolvarea prin exercițiu* format din operațiile aritmetice prin care se rezolvă problema.

5. *Verificarea rezolvării problemei.* Există diverse modalități de a verifica rezolvarea unei probleme: prin estimare; prin substituție; rezolvarea prin altă metodă; alcătuirea și rezolvarea unei probleme inverse. Trebuie remarcat faptul că verificarea rezolvării unei probleme poate constitui o activitate destul de dificilă pentru elevii din școala primară. De aceea, învățătorul trebuie să abordeze cu atenție oportunitatea și modalitatea verificării rezolvării problemei în fiecare caz concret. De obicei, în manualele școlare se precizează cerința de realizare a verificării în cazul unor anumite probleme.

6. *Scrierea răspunsului problemei.* De cele mai dese ori, se solicita formularea orală a răspunsului deplin (desfășurat) al problemei, pentru care se revine la întrebarea problemei, apoi se scrie răspunsul scurt.

7. *Activități de postrezolvare.* Pot avea ca scop transferul cunoștințelor/abilităților, dezvăluirea unor proprietăți/relații relevante, reflecții asupra procesului rezolutiv etc. Se aleg în funcție de relevanța în contextul procesului de formare la elevi a competențelor de rezolvare/formulare a problemelor, a competențelor de calcul, a celor de comunicare în limbaj matematic. După caz, pot solicita: citirea exercițiului de rezolvare în diferite moduri, folosind terminologia matematică; rezolvarea printr-o altă metodă; formularea unei alte întrebări;

modificarea condiției sau întrebării problemei pentru a îndeplini anumite cerințe; crearea unei probleme asemănătoare etc.

Importanța competențelor școlarilor mici de a rezolva probleme este accentuată la nivelul competențelor specifice disciplinei Matematică, dar și al competențelor cheie și al celor transdisciplinare.

Trebuie de menționat că succesul formării competențelor de rezolvare a problemelor simple în clasa I este definitoriu pentru formarea competențelor de rezolvare a problemelor compuse în clasele II-IV și reperează comportamentul rezolutiv al copilului.

4.2.Repere metodologice de formare a competențelor de rezolvare a problemelor simple

➲ Tipurile de probleme simple

Orice problemă simplă, indiferent de tematică, se include în unul dintre tipurile organizate în **matricea problemelor simple de adunare și de scădere** (Anexa 1) sau **matricea problemelor simple de înmulțire și de împărțire** (Anexa 2). Fiecare matrice este organizată în trei cicluri aranjate orizontal pe liniile tabelului. Fecare ciclu este format din trei tipuri de probleme simple, unul dintre care se consideră de bază (caseta respectivă a matricii este colorată cu gri), iar celelalte două sunt inverse în raport cu tipul de bază. Deoarece ciclurile sunt organizate după sensul concret al situațiilor descrise în probleme, toate tipurile de probleme din același ciclu admit aceeași structură a schemei problemei, indiferent de operația prin care se rezolvă. Acest aspect orientează învățătorul în activitatea de ghidare a micilor școlari pentru realizarea schemei problemei.

Cunoașterea și înțelegerea de către învățător a matricilor problemelor simple reprezintă o premisă fundamentală pentru succesul activității de formare la elevi a competențelor de rezolvare a problemelor simple. Trebuie de menționat că tipizarea problemelor simple este o competență a învățătorului, elevilor nu li se vor da sarcini de identificare a tipului unei probleme simple. Terminologia aferentă tipurilor de probleme nu este prevăzută pentru elevi. În conformitate cu prevederile curriculare, elevii au de însușit următoarele elemente de limbaj specific: problemă; condiția problemei; întrebarea problemei; schema problemei; rezolvarea problemei; răspunsul problemei.

➲ Abordarea didactică a problemelor simple de adunare și de scădere în clasa I

Etapa 1. Citirea și înțelegerea problemei

Se recomandă circa 5 lecturări ale textului problemei, explicite și implicite; de exemplu: citirea model de către învățător și/sau un elev (eventual, explicarea cuvintelor necunoscute); citirea independentă în vederea identificării condiției și a întrebării problemei, urmată de citirea separată a condiției, apoi a întrebării problemei; citirea independentă în vederea povestirii problemei în cuvinte proprii. Se vor crea situații didactice care vor exclude posibilitatea reproducerii banale a enunțului problemei, dar vor solicita o interpretare a acestuia, folosind, de exemplu: oferirea unui alt început, povestirea de la persoana întâi, dramatizarea etc.

Pentru elucidarea cuvintelor cheie într-o problemă statică (în care nu sunt descrise evenimente în derulare) se recomandă *conversația euristică*. Fie problema: „Aricică are 4 mere și cu 3 mai multe pere. Câte pere are Aricică?” Cuvintele cheie ce trebuie elucidate sunt: Mere, Pere.

Exemplu de scenariu didactic:

Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Despre <u>ce</u> se vorbește în problemă? Răspundeți în cor, printr-un cuvânt. Despre ...	... fructe[3].
Ce fel de fructe erau?	Mere și pere.
Deci, care sunt cuvintele cheie ale problemei? Rostim în cor.	Mere, Pere.

Pentru elucidarea cuvintelor cheie într-o problemă dinamică (în care sunt descrise evenimente în derulare), este recomandată repovestirea problemei în ordinea firească a desfășurării evenimentelor, folosind *tehnica enunțurilor lacunare*. Învățătorul începe propoziția astfel, încât sfârșitul acesteia să fie cuvântul cheie căutat, iar elevii finalizează rostind cuvântul respectiv. Este necesară o măiestrie în formularea unor asemenea enunțuri lacunare și realizării la clasă a activității, dar eficiența este dovedită: elevii deprind modelele de raționament oferite de învățător; își sporesc încrederea în forțele proprii; se imprimă un ritm al activității care crește tempoul de lucru.

Fie problema: „Ion a cumpărat un caiet de 3 lei. Câți din 10 lei i-au rămas?” Cuvintele cheie ce trebuie elucidate sunt: Avea; A cheltuit; I-au rămas.

Exemplu de scenariu didactic:

Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Despre <u>cine</u> se vorbește în problemă?	Despre Ion.
Să ne imaginăm că avem un binoclu fermecat și îl putem urmări pe Ion. Ne uităm cu atenție prin binoclu.	Imită cum se uită prin binoclu.

[3] cuvântul generalizator

Acum reluăm poziția în bănci și povestim ceea ce am văzut. Eu încep, iar voi rostiți în cor cuvântul de la sfârșit.	Reiau poziția corectă în bănci.
Iată Ion a intrat în magazin. La început, el o sumă de bani ...	... avea.
Apoi Ion a cumpărat un caiet. Pentru aceasta el câțiva lei a ...	... cheltuit.
Și la final, lui Ion câțiva lei i-au ...	... rămas.
Deci, care sunt cuvintele cheie ale problemei? Rostim în cor.	Avea; A cheltuit; I-au rămas.

Etapa 2. Organizarea schematică a enunțului (schema problemei)

Învățătorul lucrează la tablă și ghidează scrierea de către elevi a schemei: aranjarea pe pagina caietului; notarea valorilor/relațiilor date și a valorii întrebate. Exemplificăm în cazul problemei de mai sus.

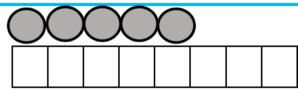
Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Scriem cuvintele cheie în coloniță. De la cel mai lung cuvânt lăsăm un pătrățel, în pătrățelul următor scriem trei puncte. Apoi scriem trei puncte în drept cu celelalte cuvinte cheie, la același nivel. Acum răspundem la întrebări și completăm schema.	Avea ... A cheltuit ... I-au rămas ...
Știm câți lei Ion avea?	Știm, scriem „10 lei”.
Știm câți lei a cheltuit?	Știm, scriem „3 lei”.

Știm câți lei i-au rămas?	Nu știm, scriem „? lei”

La necesitate, poate fi solicitată repovestirea problemei după schema scrisă.

Etapele 3-4. Proiectarea demersului de rezolvare a problemei. Scrierea rezolvării problemei

Fie problema: „În curte erau 5 băieți și cu 3 mai multe fete. Câte fete erau?” În continuare, se prezintă un exemplu de scenariu didactic al activității cu sprijin în obiecte, înainte de scrierea rezolvării prin exercițiu (formarea priceperilor).

Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Haideți să rezolvăm problema cu ajutorul figurilor geometrice. Pentru băieți vom alege cercuri, iar pentru fete – pătrate.	Pregătesc cercurile și pătratele distribuite în plicuri pe bănci.
Aranjați în rând atâtea cercuri, câți băieți erau. Câte cercuri veți pune?	Sunt 5 băieți, deci punem 5 cercuri.
Dedesubt vom aranja pătrate pentru fete. Ce știm despre fete? Ce înseamnă „cu 3 mai multe”?	Fete sunt cu 3 mai multe decât băieți. Tot atâtea și încă 3.
Așa și aranjăm dedesubt pătrate: tot atâtea, câte cercuri avem, și încă 3.	
Cum să aflăm câte fete sunt, folosind aceste figuri? Numărați-le. Cât obțineți? Deci, câte fete erau în curte?	Trebuie să numărăm toate pătratele. 8 pătrate. 8 fete.
Să ne amintim, cum am obținut 8.	Întâi am luat 5, tot atât câți băieți erau,

112

	apoi am mai luat încă 3.
Corect, am luat 5 și încă 3 și am obținut 8. Cum scriem aceasta prin exercițiu? De ce scriem „plus” – semnul adunării?	5 + 3 = 8 Pentru că „plus” înseamnă „și încă”.
Cine sunt 8? Scriem în paranteze „f.” – fete.	8 fete. 5 + 3 = 8 (f.)

În continuare se prezintă un exemplu de scenariu didactic al activității fără sprijin în obiecte (formarea deprinderilor).

Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Prin ce operație vom rezolva problema?	Prin adunare.
Argumentați. Arătați acea parte a schemei, care v-a făcut să alegeți anume adunarea.	„? c., cu 3 c. mai mult” Un elev arată la tablă, ceilalți în caiete.
Ce numere vom aduna? Arătați în schemă.	Adunăm 5 cu 3.
Un elev dictează exercițiul de rezolvare, ceilalți scriu în caiete, învățătorul scrie pe tablă.	5 + 3 = 8 (f.)

➲ Abordarea didactică a problemelor simple de înmulțire și de împărțire în clasa a II-a

La *etapa de citire și înțelegere a problemei* este important de evidențiat cuvântul „fiecare”. În enunțurile primelor probleme simple de înmulțire/împărțire, acest

113

cuvânt se întâlnește nemijlocit. În continuare, este nevoie de a repovesti problema începând cu acest cuvânt. Astfel, *organizarea problemei în schemă* va deveni mult mai accesibilă și clară pentru copii.

În *proiectarea demersului de rezolvare a problemei,* sprijinul în obiecte nu mai este atât de relevant ca în clasa I. La început se observă imaginile sugestive din manual, apoi se lucrează fără sprijin în reprezentări, punând accent pe argumentarea alegerii operației aritmetice.

În continuare se prezintă un exemplu de scenariu didactic în baza problemei: „Cât costă la un loc 3 caiete la prețul de 4 lei?”.

Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Să povestim problema, începând de la cuvântul „fiecare”. Eu încep, iar un elev continuă. Fiecare caiet costă ... „Fiecare caiet” – câte caiete înseamnă?	... 4 lei. 1 caiet.
Așa și scriem primul rând al schemei.	1 c. ... 4 lei
Acum scriem caiete sub caiete și lei sub lei. Un elev dictează rândul al doilea din schemă.	3 c. ... ? lei
Ca să aflăm cât costă 3 caiete, fiecare a câte 4 lei, de câte ori câte câți lei trebuie să luăm?	Trebuie să luăm de 3 ori câte 4 lei.
Cum scriem aceasta prin exercițiu?	$3 \times 4 = 12$ (lei)

4.3. Repere metodologice de formare a competențelor de rezolvare a problemelor compuse cu operații relativ evidente

➲ Categorii de probleme compuse cu operații relativ evidente

O problemă compusă se formează că înlănțuire a câteva probleme simple. Fie problema compusă: „Ana are 6 mere, iar Maria cu 2 mere mai multe. Câte mere au fetele la un loc?”. Această problemă se compune din două probleme simple în lanț:

- o problemă simplă de mărire a unui număr cu câteva unități: „Ana are 6 mere, iar Maria cu 2 mere mai multe. Câte mere are Maria?”
- o problemă simplă de aflare a sumei: „Ana are 6 mere, iar Maria 8 mere. Câte mere au fetele la un loc?”

Deoarece pot exista foarte multe combinații ale tipurilor de probleme simple, pentru problemele compuse ar fi prea dificilă o tipizare matricială, așa ca pentru problemele simple. Dar pot fi evidențiate anumite categorii de probleme compuse cu operații relativ evidente. Pentru aceasta este comod de a folosi formula de rezolvare a problemei, care se obține prin înlocuirea cu litere a numerelor din exercițiul de rezolvare a problemei. Astfel, se evidențiază probleme compuse, care au formula de rezolvare:

- $a + (a + b)$ (de exemplu, problema de mai sus)
- $a + (a - b)$
- $a + b \times a$
- $a + a : b$
- $a - (b + c)$ (de scădere a unei sume dintr-un număr)
- $(a + b) - c$ (de scădere a unui număr dintr-o sumă)
- $a \times (b + c)$ sau $(a + b) \times c$ (de înmulțire a unui număr la o sumă sau a unei sume la un număr)

- *(a + b) : c* (de împărțire a unei sume la un număr)
- *(a + b) – (c + d)* sau *(a – c) + (b – d)* (de scădere a două sume sau adunare a două diferențe)

Trebuie de menționat că se întâlnesc și probleme compuse cu operații relativ evidente, care nu se încadrează în categoriile evidențiate.

➲ Abordarea didactică a problemelor compuse cu operații relativ evidente în clasele II-IV

Citirea și înțelegerea problemei compuse, apoi ***organizarea enunțului în schemă*** se desfășoară în mod analog cu activitățile respective asupra problemelor simple. În schema clasică a problemei compuse trebuie să avem atâtea semne de întrebare, câte operații va avea rezolvarea problemei. Se evidențiază prin încercuire semnul de întrebare care corespunde întrebării problemei. Modele de scheme pentru probleme compuse cu operații relativ evidente sunt date în manualele școlare.

Cu cât elevii avansează în vârstă, cu atât mai restrânsă va fi ghidarea de către învățător, activizând tot mai mult elevii. Dar în procesul formării priceperilor rezolutive, ghidarea atentă de către învățător este foarte importantă.

Pentru ***proiectarea demersului de rezolvare a unei probleme compuse***, învățătorul alege metoda sintetică, analitico-sintetică, sau analitică[4]. Toate aceste metode sunt la fel de importante în formarea elevilor, deci, învățătorul trebuie să le valorifice optimal pe toate trei.

Metoda sintetică presupune ghidarea elevilor de la datele problemei spre întrebarea problemei. Se realizează printr-o conversație euristică cu atâția pași, câte operații are rezolvarea problemei. Fiecare pas include întrebări de tipul:

[4] Se va studia în cadrul unității de curs „Didactica matematicii 2”.

Ce putem afla direct din datele problemei? Prin ce operație vom afla? De ce ați ales această operație?

Metoda analitico-sintetică se realizează printr-o conversație euristică în care se folosesc întrebări de tipul: *Putem răspunde la întrebarea problemei direct din datele ei? De ce? Dar aceasta putem afla din datele problemei? Ce operație trebuie să efectuăm? De ce?*

În continuare se prezintă un exemplu de scenariu didactic pentru problema: „În curte erau 9 băieți și 7 fete. Au plecat 10 copii. Câți copii au rămas în curte?” (problemă de scădere a unui număr dintr-o sumă; $(a + b) - c$).

Schema problemei: *Erau ... ? c. (9 și 7)*
Au plecat ... 10 c.
Au rămas ... ? c.

Activitatea învățătorului	Activitatea elevilor
Metoda sintetică	
Ce putem afla direct din datele problemei?	Câți copii erau.
Prin ce operație vom afla câți copii erau?	Vom aduna 9 cu 7[5].
Ce cuvânt din schemă v-a făcut să alegeți anume adunarea?	Cuvântul „și”.
După ce vom afla câți copii erau în curte, ce vom putea afla în continuare?	Câți copii au rămas – ceea ce se întreabă în problemă.
Prin ce operație vom afla?	Vom scădea din câți erau 10 – atâția câți au plecat.
Acum să întocmim planul oral al rezolvării și să notăm	Relatează despre prima, apoi a doua operație.

[5] La această etapă nu se solicită efectuarea calculelor, doar explicarea în cuvinte proprii.

în schemă ordinea efectuării operațiilor.	
Metoda analitico-sintetică	
Putem răspunde la întrebarea problemei direct, folosind doar datele din problemă?	Nu putem, deoarece nu cunoaștem câți copii erau în curte.
Dar aceasta putem afla direct din datele problemei?	Putem, trebuie să adunăm 9 cu 7,
După ce vom afla câți copii erau în curte, vom putea răspunde la întrebarea problemei?	Da. Pentru aceasta vom scădea din câți copii erau 10 – atâția câți au plecat.
Acum să întocmim planul oral al rezolvării și să notăm în schemă ordinea efectuării operațiilor.	Relatează despre prima, apoi a doua operație.

ACTIVITĂȚI APLICATIVE

Activități individuale

1. Subliniați cu verde condiția problemei simple, iar cu roșu – întrebarea acesteia. Determinați tipul problemei simple. Realizați pe rețeaua de pătrățele a caietului scrierea model: a schemei problemei; a rezolvării; a răspunsului scurt.

1) Într-un buchet erau 7 trandafiri roșii și 2 albi. Câți trandafiri erau în total în buchet?
2) Lângă havuzul din parc erau 11 vrăbiuțe și 5 ciori. Porumbei erau tot atâția, câte vrăbiuțe și ciori la un loc. Câți porumbei erau?

3) Pe un raft erau 4 mingi mari. Mingi mici erau cu 3 mai multe. Câte mingi mici erau?
4) Sâmbătă, Ana a citit 5 pagini dintr-o carte, iar duminică – de 2 ori mai multe. Câte pagini a citit duminică?
5) În coș erau 20 de mere roșii, cu 10 mai multe decât galbene. Câte mere galbene erau în coș?
6) Sâmbătă, o țestoasă a parcurs 3 m, de 2 ori mai puțin decât duminică. Câți metri a parcurs țestoasa duminică?
7) Câți copii din 14 au rămas în curte după ce 4 au plecat acasă?
8) Câți călători au urcat la stație în autobuz, dacă acum sunt 20, iar inițial erau 12?
9) Câte nuci i-a dat bunica lui Matei, dacă la început el avea 5 nuci, iar acum are 9?
10) Dorin a cumpărat un balon de 16 lei. Cu ce bancnotă a achitat cumpărătura, dacă a primit rest 4 lei?
11) Marin a achitat un pix cu o bancnotă de 20 de lei și a primit 12 lei rest. Află prețul pixului.
12) La școala din pădure învață 20 de aricei și 10 veverițe. Cu cât mai puține veverițe decât aricei sunt?
13) Rița a adunat 18 alune, iar Relu – 6 alune. De câte ori mai multe alune a adunat Rița decât Relu?
14) Zilnic, Alina citea 3 pagini dintr-o carte. Câte pagini a citit într-o săptămână?
15) Câte pixuri la prețul de 5 lei costă în total 20 de lei?
16) În 4 cutii sunt repartizate în mod egal 24 de căni. Câte căni sunt în fiecare cutie?
17) Află la ce preț se vând caietele, știind că 5 caiete de acest fel costă la un loc 30 de lei.
18) Cât zahăr se conține în total în 8 pachete a câte 2 kg?
19) Pe rafturile unei etajere sunt repartizate câte 10 cărți. În total sunt 40 de cărți. Câte rafturi are etajera?

20) 16 kg de orez au fost ambalate în mod egal în 8 pachete. Cât orez s-a pus în fiecare pachet?

2. Realizați pe rețeaua de pătrățele a caietului scrierea model: a schemei problemei; a rezolvării cu plan sau cu justificări (cum considerați mai potrivit), apoi prin exercițiu; a răspunsului scurt. Determinați dacă problema poate fi inclusă în una dintre categoriile evidențiate de probleme compuse cu operații relativ evidente.

1) Într-o clasă învață 9 fete și de 2 ori mai mulți băieți. Câți copii învață în total în acea clasă?
2) Ionela a cumpărat 2 kg de caise la prețul de 30 de lei și a primit rest 40 de lei. Cu ce bancnotă a achitat cumpărătura?
3) Câte kilograme de legume au rămas din 50 kg, după ce au fost conservate 25 kg de roșii și 23 kg de castraveți?
4) Câte flori sunt în total în 3 buchete a câte 5 lalele și 3 buchete a câte 7 narcise?
5) În troleibuz erau 18 adulți și 9 copii. Câți pasageri au rămas după ce la stație au coborât 8 copii și 11 adulți?
6) Relu a adunat 40 de ciuperci, iar Rița – 48. Ei au înșirat toate ciupercile în șiraguri a câte 8. Câte șiraguri au obținut în total?
7) Aricel avea 20 de ciuperci. Câte ciuperci i-au rămas după ce i-a dat lui Relu 6, iar Riței – 8?
8) În coș erau 18 mere, 16 pere, iar nuci – cu 12 mai multe decât mere și pere la un loc. Câte nuci erau în coș?
9) Cât costă în total 12 baloane la prețul de 10 lei și 14 stegulețe la prețul de 9 lei?
10) Tata a achitat 3 kg de cireșe cu o bancnotă de 100 de lei și a primit 25 de lei rest. La ce preț era kilogramul de cireșe?

Activități diferențiate în echipe sau perechi

3. Identificați în manualele de matematică pentru clasele I-II traseul de introducere a tipurilor de probleme simple de adunare și de scădere, respectiv, de înmulțire și de împărțire.

4. Identificați în manualele de matematică pentru clasele II-IV traseul de introducere a categoriilor evidențiate de probleme compuse cu operații relativ evidente.

5. Alegeți probleme simple dintre cele de mai sus și elaborați scenarii didactice pentru activitate la clasă. Simulați activitatea în echipă, fiecare membru al echipei jucând rolul de învățător în cadrul unei etape de lucru asupra problemei.

6. Alegeți probleme compuse cu operații relativ evidente dintre cele de mai sus și elaborați scenarii didactice pentru activitate la clasă. Simulați activitatea în echipă, fiecare membru al echipei jucând rolul de învățător în cadrul unei etape de lucru asupra problemei.

Subiect de dezbateri

7. Ce dificultăți ar putea întâmpina elevii în formarea competențelor de rezolvare a problemelor simple; compuse? Cum pot fi prevenite și combătute aceste dificultăți?

BIBLIOGRAFIE

Cadrul normativ:

1. *Curriculum Național. Învățământul primar*. Chișinău: Lyceum, 2018. ISBN 978-9975-3258-0-6
2. *Ghid de implementare a curriculumului pentru învățământul primar*. Chișinău: Lyceum, 2018. ISBN 978-9975-3263-8-4
3. *Evaluarea criterială prin descriptori în învățământul primar, clasele I-IV*. Chișinău: S.n. 2019 (Tipgr. „Print-caro"). ISBN 978-9975-56-709-1

Manuale școlare și ghiduri, aprobate de MEC

4. ACHIRI, I; BRAICOV, A.; ȘPUNTENCO, O.; URSU, L. *Matematică. Manual pentru clasa a V-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2020. ISBN 978-9975-54-513-6
5. URSU, L.; LUPU, I.; IASINSCHI, Iu. *Matematică. Manual pentru clasa I*. Chișinău: Prut Internațional, 2021. ISBN 978-9975-54-587-7
6. URSU, L.; LUPU, I.; IASINSCHI, Iu. *Matematică. Manual pentru clasa a II-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2021. ISBN 978-9975-54-590-7
7. URSU, L.; LUPU, I.; IASINSCHI, Iu. *Matematică. Manual pentru clasa a III-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2020. ISBN 978-9975-54-485-6
8. URSU, L.; LUPU, I.; IASINSCHI, Iu. *Matematică. Manual pentru clasa a IV-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2020. ISBN 978-9975-54-492-4
9. URSU, L.; LUPU, I.; IASINSCHI, Iu. *Matematică, clasa I. Ghid de implementare a manualului*. Chișinău: Prut Internațional, 2021. ISBN 978-9975-54-593-8
10. URSU, L.; LUPU, I.; IASINSCHI, Iu. *Matematică, clasa a II-a. Ghid de implementare a manualului*. Chișinău: Prut Internațional, 2021. ISBN 978-9975-54-597-7

Literatură de specialitate

11. DASCĂLU, Gh.; RADU, H.; TĂGÎRȚĂ, V. et. al. *Metodica predării matematicii la clasele I-IV. Manual pentru școlile normale*. Chișinău: Lumina, 1994. ISBN 5-372-01578-0
12. NEAGU, M.; MOCANU, M. *Metodica predării matematicii în ciclul primar*. Iași: Polirom, 2007. ISBN 978-973-46-0638-2
13. PETROVICI C. *Didactica matematicii pentru învățământul primar*. Iași: Polirom, 2014. ISBN 978-973-46-4480-3
14. URSU, L. *Jocuri didactice pentru lecțiile de matematică în clasele I-IV*. In: Revista Didactica Pro..., 2015, nr. 5-6 (93-94), pp. 88-93. ISSN 1810-6455
15. URSU, L. *Învăţare prin joc. Aplicaţii pentru instruirea matematică primară*. In: Revista Didactica Pro..., 2006, nr. 2-3 (37), pp. 86-90. ISSN 1810-6455
16. URSU, L. *Dezvoltarea gândirii critice în cadrul învăţării scrierii caligrafice a cifrelor*. In: Revista Didactica Pro..., 2004, nr. 4 (26), pp. 55-57. ISSN 1810-6455
17. URSU, L.; CÎRLAN, L.. *Strategii didactice interactive în învăţământul matematic primar*. Chişinău: UPS „Ion Creangă”, 2008. ISBN 978-9975-901-02-4
18. URSU, L.; CECOI, V. *Metodica predării matematicii și Științelor în clasele primare*. Chișinău; UPS „Ion Creangă”, 2003. ISBN 9975-921-58-2

Anexa 1

Matricea problemelor simple de adunare și de scădere

<table>
<tr><th>Tipurile problemelor simple de adunare</th><th colspan="2">Tipurile problemelor simple de scădere</th></tr>
<tr><td rowspan="2">de aflare a sumei
Ana are 3 nuci, iar Nicu – 2. Câte nuci au copiii în total?
A. ... 3 n.
N. ... 2 n. } ? n.</td><td colspan="2">de aflare a unui termen</td></tr>
<tr><td>La un loc, Ana și Nicu au 5 nuci. Câte nuci are Ana, dacă Nicu are 2?
A. ... ? n.
N. ... 2 n. } 5 n.</td><td>Ana are 3 nuci. Câte nuci are Nicu, dacă împreună au 5 nuci?
A. ... 3 n.
N. ... ? n. } 5 n.</td></tr>
<tr><td>de aflare a descăzutului
Dan a cumpărat un pix de 6 lei. I-au rămas 4 lei. Câți lei a avut la început?
Avea ... ? lei
A cheltuit ... 6 lei
I-au rămas ... 4 lei</td><td>de aflare a restului (diferenței)
Dan avea 10 lei. El a cumpărat un pix de 6 lei. Câți lei i-au rămas?
Avea ... 10 lei
A cheltuit ... 6 lei
I-au rămas ... ? lei</td><td>de aflare a scăzătorului
Dan a cumpărat un pix. I-au rămas 4 din 10 lei. Află prețul pixului.
Avea ... 10 lei
A cheltuit ... ? lei
I-au rămas ... 4 lei</td></tr>
<tr><td>de mărire a unui număr cu câteva unități
În curte sunt 2 băieți, iar fete – cu 3 mai multe. Câte fete sunt? (formulare directă)
În curte sunt 2 băieți, cu 3 mai puțini decât fete. Câte fete sunt? (formulare indirectă)
Băieți ... 2 c. ←
Fete ... ? c., cu 3 c. mai mult</td><td>de micșorare a unui număr cu câteva unități
În curte sunt 5 fete, iar băieți – cu 3 mai puțini. Câți băieți sunt? (formulare directă)
În curte sunt 5 fete, cu 3 mai multe decât băieți. Câți băieți sunt? (formulare indirectă)
Fete ... 5 c. ←
Băieți ... ? c., cu 3 c. mai puțin</td><td>de comparare prin scădere
În curte sunt 2 băieți și 5 fete. Cu cât mai multe fete sunt decât băieți? / Cu cât mai puțini băieți sunt decât fete? / Câți băieți ar trebui să mai vină, ca să fie tot atâția câte fete sunt? / Câte fete ar trebui să plece, ca să fie tot atâtea câți băieți sunt?
Băieți ... 2 c. ←
Fete ... 5 c. ← Cu ? c.</td></tr>
</table>

Anexa 2

Matricea problemelor simple de înmulțire și de împărțire

Tipurile problemelor simple de înmulțire	**Tipurile problemelor simple de împărțire**	
de aflare a produsului ca sumă de termeni egali Pe fiecare raft sunt 4 cărți. Câte cărți sunt în total pe 3 rafturi? *1 r. ... 4 c.* *3 r. ... ? c.*	**de împărțire în părți egale** 12 cărți sunt repartizate în mod egal pe 3 rafturi. Câte cărți sunt pe fiecare raft? *1 r. ... ? c.* *3 r. ... 12 c.*	**de împărțire prin cuprindere** 12 cărți sunt repartizate câte 4 pe rafturi. Câte rafturi cu cărți sunt? *1 r. ... 4 c.* *? r. ... 12 c.*
de mărire a unui număr de câteva ori În curte sunt 5 fete, iar băieți – de 3 ori mai mulți. Câți băieți sunt în curte? (*formulare directă*) În curte sunt 5 fete, de 3 ori mai puține decât băieți. Câți băieți sunt în curte? (*formulare indirectă*) *F. ... 5 c.* *B. ...? c., de 3 ori mai mult*	**de micșorare a unui număr de câteva ori** În curte sunt 15 băieți și de 3 ori mai puține fete. Câte fete sunt? (*formulare directă*) În curte sunt 15 băieți. Ei sunt de 3 ori mai mulți decât fetele din curte. Câte fete sunt? (*formulare indirectă*) *B. ... 15 c.* *F. ... ? c., de 3 ori mai puțin*	**de comparare prin împărțire** În curte sunt 5 fete și 15 băieți. De câte ori mai mulți băieți decât fete sunt? / De câte ori mai puține fete decât băieți sunt? / Cine erau mai mulți (mai puțini), băieții sau fetele? De câte ori? *F. ... 5 c.* *B. ... 15 c.* *De ? ori*
de aflare a întregului după o parte a sa* În curte sunt 4 fete – o treime din toți copiii din curte. Câți copii sunt în curte?	**de aflare a unei părți dintr-un număr** În curte sunt 12 copii. O treime din aceștia sunt fete. Câte fete sunt?	**de aflare a raportului*** În curte sunt 12 copii, dintre care 4 fete. Ce parte din toți copiii din curte o constituie fetele?

* Se învață în clasele gimnaziale.

Ludmila URSU

DIDACTICA MATEMATICII I
Suport de curs

Design copertă: Evghenii Semențov.
Procesare computerizată: Evghenii Semențov.

Format: 64x90/16. Tipar digital.
Garnitura: Georgia.
Coli de tipar: 7,875.
Tirajul 200 ex. Comanda 52575.

S.R.L. «Tipografia din Bălți»
MD-3100 Republica Moldova, or. Bălți, str. 31 August, 22